2014/2015
64. ročník MO *Zadania úloh krajského kola kategórie C*

(*Súťaž sa konala v utorok 31. marca 2015.*)

1. Celé čísla od 1 do 9 rozdelíme ľubovoľne na tri skupiny po troch a potom čísla v každej skupine medzi sebou vynásobíme.

a) Určte tieto tri súčiny, ak viete, že dva z nich sa rovnajú a sú menšie ako tretí súčin.

b) Predpokladajme, že jeden z troch súčinov, ktorý označíme S, je menší ako dva ostatné súčiny (ktoré môžu byť rovnaké). Nájdite najväčšiu možnú hodnotu S.

(*Jaromír Šimša*)

2. V jednom políčku šachovnice 8×8 je napísané „−“ a v ostatných políčkach „+“. V jednom kroku môžeme zmeniť na opačné súčasne všetky štyri znamienka v ktoromkoľvek štvorci 2×2 na šachovnici. Rozhodnite, či po určitom počte krokov môže byť na šachovnici oboch znamienok rovnaký počet. (*Jaromír Šimša*)

3. Daný je lichobežník $ABCD$ so základňami AB, CD, pričom $2|AB| = 3|CD|$.

a) Nájdite bod P vnútri lichobežníka tak, aby obsahy trojuholníkov ABP a CDP boli v pomere $3 : 1$ a aj obsahy trojuholníkov BCP a DAP boli v pomere $3 : 1$.

b) Pre nájdený bod P určte postupný pomer obsahov trojuholníkov ABP, BCP, CDP a DAP.

(*Jaroslav Zhouf*)

4. Hovoríme, že kladné reálne číslo je *copaté*, ak nie je prirodzené a vo svojom dekadickom zápise obsahuje za desatinnou čiarkou iba konečne veľa nenulových cifier.

a) Nájdite dve copaté čísla a, b také, že $a \cdot b = 2\,015$.

b) Rozhodnite, či existujú tri copaté čísla a, b, c také, že čísla $a \cdot b$, $b \cdot c$ a $c \cdot a$ sú všetky prirodzené.

(*Josef Tkadlec*)