

2002/2003

52. ročník MO

Zadania úloh školského kola kategórie A

(Súťaž sa konala v utorok 3. decembra 2002.)

1. Hovoríme, že tri navzájom rôzne prirodzené čísla tvoria súčtovú trojicu, ak súčet prvých dvoch z nich sa rovná tretiemu číslu. Zistite, aký najväčší počet súčtových trojíc sa môže nachádzať v množine dvadsiatich prirodzených čísel. (P. Černek)

2. V rovine sú dané kružnice $k_1(S_1, r_1)$ a $k_2(S_2, r_2)$ tak, že $S_2 \in k_1$ a $r_1 > r_2$. Spoločné dotyčnice oboch kružníc sa dotýkajú kružnice k_1 v bodoch P a Q . Dokážte, že priamka PQ sa dotýka kružnice k_2 . (J. Földes)

3. Zistite, pre ktoré reálne čísla p majú rovnice

$$\begin{aligned}x^3 + x^2 - 36x - p &= 0, \\x^3 - 2x^2 - px + 2p &= 0\end{aligned}$$

spoločný koreň.

(P. Černek)