

2015/2016
65. ročník MO

Zadania úloh krajského kola kategórie B

(Súťaž sa konala v utorok 12. apríla 2016.)

1. Určte všetky trojice celých kladných čísel k , l a m , pre ktoré platí

$$\frac{3l + 1}{3kl + k + 3} = \frac{lm + 1}{5lm + m + 5}.$$

(Jaromír Šimša)

2. Daná je úsečka AB , jej stred C a vnútri úsečky AB bod D . Kružnice $k(C, |BC|)$ a $m(B, |BD|)$ sa pretínajú v bodoch E a F . Zdôvodnite, prečo je polpriamka FD osou uhla AFE .
(Šárka Gergelitsová)

3. Nájdite všetky prirodzené čísla n , ktoré majú práve šesť deliteľov, pričom súčet druhého najväčšieho a druhého najmenšieho z nich je 54.
(Pavel Novotný)

4. Dané je prirodzené číslo k , $4 \leq k \leq 900$. Adam a Braňo hrajú hru: Adam napíše na tabuľu k rôznych trojciferných čísel, Braňo si z nich vyberie štyri rôzne. Ak rozdiel medzi dvoma najmenšími aj rozdiel medzi dvoma najväčšími vybranými číslami je nanajvýš 22, vyhráva Braňo, inak vyhráva Adam. V závislosti od hodnoty k určte, kto má vyhrávajúcu stratégiu.
(Tomáš Jurík)