<u>*Informácia pre okresnú komisiu MO:*</u>

Pri každej úlohe sa za akékoľvek úplné riešenie prideľuje 6 bodov. Ak žiak rieši úlohu postupom, ktorý sa odlišuje od všetkých tu uvedených riešení, ale úlohu nevyrieši úplne, bodovacia schéma sa zvolí tak, aby čo najlepšie korešpondovala s návrhom hodnotenia tu uvedeným. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 9 alebo viac bodov.

Prosíme o zaslanie výsledkových listín okresných kôl predsedom KKMO alebo nimi poverenej osobe.

Upozorňujeme tiež na možnosť zverejniť výsledkovú listinu okresného kola na oficiálnej stránke Slovenskej komisie MO: `skmo.sk`*. Stačí poslať výsledkovú listinu e-mailom na adresu* `skmo@skmo.sk` *v takom formáte, v akom si ju želáte zverejniť na internete. Na stránke* `skmo.sk/dokument.php?id=429` *nájdete šablónu vo formáte Excelovskej tabuľky, ktorú môžete pri príprave výsledkových listín použiť. Nie je to však povinný formát, môžete použiť aj vlastný. Prosíme len, aby ste dodržali označenie poradia podľa nasledovného príkladu: Ak práve 5 žiakov dosiahne viac bodov ako žiak X.Y. a práve traja žiaci (vrátane X.Y.) dosiahnu rovnako veľa bodov ako X.Y., tak žiakovi X.Y. patrí v poradí 6. – 8. miesto, prípadne skrátene len 6. miesto. Analogickým postupom sa určuje umiestnenie všetkých žiakov.*

---

1. *Jano, Dano, Anna a Hana majú každý svoje obľúbené číslo. Vieme, že*

- *keď sčítame Danovo číslo a trojnásobok Janovho čísla, vyjde nepárne číslo,*
- *keď odčítame od seba Annino a Hanino číslo a tento výsledok vynásobíme piatimi, vyjde nepárne číslo,*
- *keď vynásobíme Danovo číslo Haniným číslom a k výsledku pripočítame 17, vyjde párne číslo.*

Určte, čie obľúbené čísla sú nepárne a čie párne. (Eva Semerádová)

Riešenie. Pri riešení budeme opakovane odkazovať na vlastnosti súčtov a súčinov celých čísel vzhľadom na ich paritu, ktoré zhŕňame v nasledujúcej schéme:

$$\begin{aligned} &\text{párne} + \text{párne} = \text{párne}, \quad \text{párne} + \text{nepárne} = \text{nepárne}, \quad \text{nepárne} + \text{nepárne} = \text{párne},\\ &\text{párne} \times \text{párne} = \text{párne}, \quad \text{párne} \times \text{nepárne} = \text{párne}, \quad \text{nepárne} \times \text{nepárne} = \text{nepárne}.\end{aligned}$$

Z toho a z tretej podmienky zo zadania sa dozvedáme, že súčin Danovho a Haninho čísla je nepárny, a teda obe tieto čísla sú nepárne.

Z druhej podmienky vyplýva, že rozdiel Anninho a Haninho čísla je nepárny. Keďže Hanino číslo je nepárne, musí byť Annino číslo párne.

Keďže Danovo číslo je nepárne, vyplýva z prvej podmienky, že trojnásobok Janovho čísla je párny, a teda Janovo číslo je tiež párne.

Danovo a Hanino obľúbené číslo je nepárne, Annino a Janovo číslo je párne.

Návrh hodnotenia. Po 1 bode za určenie parity každého čísla; 2 body za kvalitu komentára.

2. *Anička má v kasičke našporených 290 mincí, a to jednoeurovky a dvojeurovky. Keď použije štvrtinu všetkých dvojeuroviek, zloží rovnakú sumu, ako keď použije tretinu všetkých jednoeuroviek. Akú sumu má Anička našporenú?* (*Lucie Růžičková*)

Riešenie. Vyjdeme z požiadavky, že štvrtina dvojeurových mincí dáva rovnakú sumu ako tretina jednoeurových mincí. Z toho jednak vyplýva, že počet dvojeurových mincí je násobkom štyroch a počet jednoeurových mincí je násobkom troch, a jednak, že tieto počty sú v pomere 4 : 6. Teda počet dvojeuroviek je rovný $4k$ a počet jednoeuroviek $6k$, pričom k je nejaké kladné celé číslo ($2 \cdot \frac{4k}{4} = \frac{6k}{3}$).

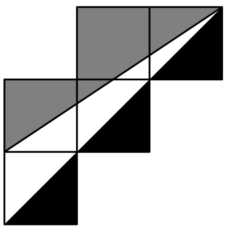
Pri tomto označení je celkový počet mincí rovný $10k = 290$. Z toho vyplýva, že $k = 29$, teda že Anička má $4 \cdot 29 = 116$ dvojeurových mincí a $6 \cdot 29 = 174$ jednoeurových mincí. Celková hodnota jej úspor teda je

$$2 \cdot 116 + 174 = 406 \text{ eur.}$$

Návrh hodnotenia. 4 body za určenie vzťahov medzi počtami jednoeurových a dvojeurových mincí (v našom prípade pomocou neznámej k); 2 body za určenie k a výsledok.

Poznámka. Pomocou neznámej k je celková hodnota Aničkiných úspor vyjadrená ako $(2 \cdot 4 + 6) \cdot k = 14 \cdot k$.

3. *Útvar na obrázku je zložený z piatich zhodných štvorcov a je rozdelený úsečkami na tri farebne odlíšené časti. Obsah sivej časti je o 0,6 cm^2 väčší ako obsah bielej časti. Určte obsah celého útvaru.* (*Eva Semerádová*)



Riešenie. Sivú časť si môžeme predstaviť ako pravouhlý trojuholník s odvesnami rovnými dvom a trom stranám štvorca, z ktorého je odobraný jeden štvorec. Obsah tejto časti je preto rovnaký ako obsah 2 štvorcov ($\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 - 1 = 2$).

Bielu časť tvorí trojuholník, ktorého jedna strana je rovná strane štvorca a výška na túto stranu je rovná trom stranám štvorca. Obsah tejto časti je teda rovnaký ako obsah $\frac{3}{2}$ štvorca ($\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3 = \frac{3}{2}$).

Rozdiel obsahov sivej a bielej časti zodpovedá polovici štvorca, čo je podľa zadania 0,6 cm^2. Takže jeden štvorec má obsah 1,2 cm^2 a obsah celého útvaru je 6 cm^2 ($5 \cdot 1{,}2 = 6$).

Návrh hodnotenia. Po 2 bodoch za vyjadrenie obsahov sivej a bielej časti; 2 body za dopočítanie obsahu v cm^2.

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: Svetlana Bednářová, Alžbeta Bohiniková, L. Dedková, Monika Dillingerová, L. Hozová, Veronika Hucíková, Katarína Jasenčáková, M. Krejčová, M. Mach, Erika Novotná, K. Pazourek, M. Petrová, E. Semerádová, Miroslava Farkas Smitková, L. Šimůnek, M. Volfová, V. Žádník

Recenzenti: Alžbeta Bohiniková, Svetlana Bednářová, Monika Dillingerová, Veronika Hucíková, Katarína Jasenčáková, Miroslava Farkas Smitková, Erika Novotná, Peter Novotný

Redakčná úprava: Peter Novotný

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2019