

2019/2020

69. ročník MO

Zadania úloh domáceho kola kategórie Z9

(Termín odovzdania: prvá trojica úloh v piatok 15. 11. 2019,
druhá trojica úloh v stredu 11. 12. 2019.)

1. Ondro, Maťo a Kubo sa vracajú zo zbierania orechov, dokopy ich majú 120. Maťo sa sťažuje, že Ondro má ako vždy najviac. Otec prikáže Ondrovi, aby prisypal zo svojho Maťovi tak, aby mu počet orechov zdvojnásobil. Teraz sa sťažuje Kubo, že najviac má Maťo. Na otcov prikaz prisype Maťo Kubovi tak, že mu počet orechov zdvojnásobí. Na to sa hnevá Ondro, že najmenej zo všetkých má teraz on. Kubo teda prisype Ondrovi tak, že mu počet orechov zdvojnásobí. Teraz majú všetci rovnako a konečne je klud. Koľko orechov mal pôvodne každý z chlapcov?

(Marta Volfová)

2. V trojuholníku ABC leží bod P v tretine úsečky AB bližšie bodu A , bod R je v tretine úsečky PB bližšie bodu P a bod Q leží na úsečke BC tak, že uhly PCB a RQB sú zhodné. Určte pomer obsahov trojuholníkov ABC a PQC .

(Lucie Růžičková)

3. Pre ktoré celé čísla x je podiel $\frac{x+11}{x+7}$ celým číslom? Nájdite všetky riešenia.

(Libuše Hozová)

4. Matúš dopadol padákom na ostrov obývaný dvoma druhmi domorodcov: Poctivcami, ktorí vždy hovoria pravdu, a Klamármi, ktorí vždy klamú. Pred dopadom zahliadol v diaľke prístav, ku ktorému sa hodlal dostať. Na prvom rázcestí stretol Matúš jedného domorodca a obďaleč videl druhého. Požiadal prvého, aby sa spýtal toho druhého, či je Klamár, alebo Poctivec. Prvý domorodec Matúšovi vyhovel, išiel sa spýtať a keď sa vrátil, oznámil Matúšovi, že druhý domorodec tvrdí, že je Klamár. Potom sa Matúš prvého domorodca spýtal, ktorá cesta vedie k prístavu. Ten mu jednu cestu ukázal a ďalej si Matúša nevsímal. Má, alebo nemá Matúš domorodcovi veriť? Vedie, alebo nevedie táto cesta k prístavu?

(Marta Volfová)

5. Majka skúmala viacciferné čísla, v ktorých sa po jednej striedajú nepárne a párne cifry. Tie, ktoré začínajú nepárnou cifrou, nazvala komické a tie, ktoré začínajú párnou cifrou, nazvala veselé. (Např. číslo 32387 je komické, číslo 4529 je veselé.) Majka vytvorila jedno trojciferné komické a jedno trojciferné veselé číslo, pričom šesť použitých cifier bolo navzájom rôznych a nebola medzi nimi 0. Súčet týchto dvoch čísel bol 1617. Súčin týchto dvoch čísel končil dvojčíslím 40. Určte Majkine čísla a dopočítajte ich súčin.

(Monika Dillingerová)

6. Kristína zvolila isté nepárne prirodzené číslo deliteľné tromi. Jakub s Dávidom potom skúmali trojuholníky, ktoré majú obvod v milimetroch rovný Kristínou zvolenému číslu a ktorých strany majú dĺžky v milimetroch vyjadrené navzájom rôznymi celými číslami. Jakub našiel taký trojuholník, v ktorom najdlhšia zo strán má najväčšiu možnú dĺžku, a túto hodnotu zapísal na tabuľu. Dávid našiel taký trojuholník, v ktorom najkratšia zo strán má najväčšiu možnú dĺžku, a túto hodnotu tiež zapísal na tabuľu. Kristína obe dĺžky na tabuli správne sčítala a vyšlo jej 1681 mm. Určte, ktoré číslo Kristína zvolila.

(Lucie Růžičková)