

Numerická matematika (1), ZS2008/09
príklady na precvičenie pred písomkou 3. XII.

1. Newtonovou metódou nájdite približné riešenie rovnice

$$\sqrt{x+2} = e^{-x}$$

s presnosťou na päť desatinných miest, pričom začnite iterovať s hodnotou $x_0 = 0$.

$$[x \doteq x_3 \approx -0,27315]$$

2. Metódou bisekcie nájdite približné riešenie rovnice

$$\cos x = 2x$$

na intervale $\langle 0, 1 \rangle$. Urobte päť iterácií.

$$[x_5 = 0,46875]$$

3. Nájdite interpolačný polynóm tretieho stupňa v Lagrangeovom tvare pre funkciu

$$f(x) = \frac{6}{x} \cdot \ln x$$

na intervale $\langle 1, 5 \rangle$ s uzlami

$$x_0 = 1, \quad x_1 = 2, \quad x_2 = 3, \quad x_3 = 5.$$

Výsledný polynóm napokon upravte na tvar $ax^3 + bx^2 + cx + d$.

$$[P(x) \approx 0,2243x^3 - 2,3267x^2 + 7,4894x - 5,387]$$

4. Nájdite interpolačný polynóm druhého stupňa v Newtonovom tvare pre funkciu

$$f(x) = \sqrt{x} + e^x$$

na intervale $\langle 0, 3 \rangle$ s Čebyševovými uzlami. Výsledný polynóm napokon upravte na tvar $ax^2 + bx + c$.

$$[P(x) \approx 2,477x^2 - 1,1067x + 1,7932]$$

5. Nájdite interpolačný polynóm $P(x)$ štvrtého stupňa v Newtonovom tvare spĺňajúci

$$P(-2) = 1, \quad P(-1) = -4, \quad P(1) = -\frac{1}{2}, \quad P(2) = 5, \quad P(3) = 21.$$

Výsledný polynóm napokon upravte na tvar $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$.

$$[P(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x - 3]$$

6. Zistite, či funkcia

$$f(x) = \begin{cases} -9x^3 + 41x^2 - 56x + 25, & x \in \langle 1, 2 \rangle; \\ 8x^3 - 61x^2 + 148x - 111, & x \in \langle 2, 3 \rangle; \\ -7x^3 + 74x^2 - 257x + 294, & x \in \langle 3, 4 \rangle \end{cases}$$

je kubickým splajnom.

[áno]

7. Zistite, či funkcia

$$f(x) = \begin{cases} -9x^3 - 13x^2 + x + 5, & x \in \langle -1, 0 \rangle; \\ 8x^3 - 13x^2 + x + 5, & x \in \langle 0, 1 \rangle; \\ -7x^3 + 33x^2 - 46x + 21, & x \in \langle 1, 2 \rangle \end{cases}$$

je kubickým splajnom.

[nie]

8. Určte parametre $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$ tak, aby funkcia

$$f(x) = \begin{cases} -2x^3 + ax^2 + bx - 5, & x \in \langle -2, -1 \rangle; \\ 3x^3 + 5x^2 + cx, & x \in \langle -1, 0 \rangle; \\ -3x^3 + dx^2 + ex, & x \in \langle 0, 1 \rangle \end{cases}$$

bola kubickým splajnom.

$$[a = -10, b = t - 15, c = t, d = 5, e = t, \text{ kde } t \in \mathbb{R} \text{ je ľubovoľné}]$$

9. Aproximujte body $(1, 3), (2, 2), (3, 0)$ priamkou pomocou metódy najmenších štvorcov.

$$[-\frac{3}{2}x + \frac{14}{3}]$$

10. Aproximujte body $(-3, 5), (-2, 2), (-1, -2), (0, 0), (1, 1), (2, 0), (3, 4)$ polynómom tretieho stupňa pomocou metódy najmenších štvorcov.

$$[-\frac{1}{18}x^3 + \frac{4}{7}x^2 + \frac{31}{126}x - \frac{6}{7}]$$

11. Aproximujte funkciu $f(x) = e^x$ na intervale $\langle -1, 1 \rangle$ polynómom druhého stupňa pomocou spojitej metódy najmenších štvorcov.

$$[(\frac{15}{4}e - \frac{105}{4e})x^2 + \frac{3}{e}x - \frac{3}{4}e + \frac{33}{4e} \approx 0,5367x^2 + 1,1036x + 0,9963]$$