

2013/2014
63. ročník MO

Zadania úloh krajského kola kategórie B

(Súťaž sa konala v utorok 8. apríla 2014.)

1. V obore reálnych čísel vyriešte sústavu rovníc

$$\begin{aligned}x^2 + 6(y + z) &= 85, \\y^2 + 6(z + x) &= 85, \\z^2 + 6(x + y) &= 85.\end{aligned}$$

(Pavel Novotný)

2. Janko napísal na tabuľu niekoľko rôznych prvočísel (aspoň tri). Keď sčítal ľubovoľné dve z nich a tento súčet zmenšil o 7, bolo výsledné číslo medzi napísanými. Ktoré čísla mohli na tabuli byť?

(Tomáš Jurík)

3. Nad stranami BC a AB ostrouhlého trojuholníka ABC sú zvonka zostrojené polkružnice k a l . Označme postupne D a E priesečníky výšok z vrcholov A a C s polkružnicami k a l (výškami rozumieme priamky). Dokážte, že platí $|BE| = |BD|$.

(Veronika Hucíková)

4. V každom políčku tabuľky 8×8 je napísané jedno nezáporné celé číslo tak, že každé dve čísla, ktoré sú na políčkach súmerne združených podľa jednej či druhej uhlopriečky, sú rovnaké. Súčet všetkých 64 čísel je 1000, súčet 16 čísel na uhlopriečkach je 200. Dokážte, že súčet čísel v každom riadku aj stĺpci tabuľky je nanajvýš 300. Platí rovnaký záver aj pre číslo 299?

(Jaromír Šimša)