2014/2015
64. ročník MO *Zadania úloh domáceho kola kategórie C*

(*Termín odovzdania: v pondelok 12. januára 2015.*)

1. Určte všetky dvojice (x, y) reálnych čísel, ktoré vyhovujú sústave rovníc

$$\sqrt{(x+4)^2} = 4 - y,$$
$$\sqrt{(y-4)^2} = x + 8.$$

(*Jaroslav Švrček*)

2. Peter má zvláštne hodinky s tromi ručičkami – prvá z nich obehne kruhový ciferník za minútu, druhá za 3 minúty a tretia za 15 minút. Na začiatku sú všetky ručičky v rovnakej polohe. Určte, za ako dlho budú ručičky rozdeľovať ciferník na tri zhodné časti. Nájdite všetky riešenia. (*Tomáš Jurík*)

3. Simona a Lenka hrajú hru. Pre dané celé číslo k také, že $0 \leqq k \leqq 64$, vyberie Simona k políčok šachovnice 8×8 a každé z nich označí krížikom. Lenka potom šachovnicu nejakým spôsobom vyplní tridsiatimi dvoma dominovými kockami. Ak je počet kociek pokrývajúcich dva krížiky nepárny, vyhráva Lenka, inak vyhráva Simona. V závislosti od k určte, ktoré z dievčat má vyhrávajúcu stratégiu. (*Michal Rolínek*)

4. Označme E stred základne AB lichobežníka $ABCD$, v ktorom platí $|AB| : |CD| = 3 : 1$. Uhlopriečka AC pretína úsečky ED, BD postupne v bodoch F, G. Určte postupný pomer

$$|AF| : |FG| : |GC|.$$

(*Jaroslav Zhouf*)

5. Rozdiel dvoch prirodzených čísel je 2 010 a ich najväčší spoločný deliteľ je 2 014-krát menší ako ich najmenší spoločný násobok. Určte všetky také dvojice čísel.

(*Jaromír Šimša*)

6. Nájdite najmenšie prirodzené číslo n také, že v zápise iracionálneho čísla $\sqrt{n}$ nasledujú bezprostredne za desatinnou čiarkou dve deviatky. (*Josef Tkadlec*)