

2007/2008  
57. ročník MO

Zadania úloh školského kola kategórie A

(Súťaž sa konala v utorok 4. decembra 2007.)

1. V obore reálnych čísel riešte sústavu rovníc

$$\begin{aligned}x^2 - y &= z^2, \\y^2 - z &= x^2, \\z^2 - x &= y^2.\end{aligned}$$

(Ján Mazák)

2. Podstavy hranola sú tvorené dvoma zhodnými konvexnými  $n$ -uholníkmi. Počet  $v$  vrcholov tohto telesa, počet  $s$  jeho stenových uhlopriečok a počet  $t$  jeho telesových uhlopriečok tvoria v istom poradí prvé tri členy aritmetickej postupnosti. Pre ktoré  $n$  to platí?

(Poznámka: Steny hranola sú bočné steny aj podstavy. Telesová uhlopriečka je úsečka spájajúca dva vrcholy hranola, ktoré neležia v rovnakej stene.) (Vojtech Bálint)

3. V rovine je daný uhol  $XS Y$  a kružnica  $k$  so stredom  $S$ . Uvažujme ľubovoľný trojuholník  $ABC$  s vpísanou kružnicou  $k$ , ktorého vrcholy  $A$  a  $B$  ležia postupne na polpriamkach  $SX$  a  $SY$ . Určte množinu vrcholov  $C$  všetkých takých trojuholníkov  $ABC$ . (Jaromír Šimša)