

2014/2015

64. ročník MO

Zadania úloh krajského kola kategórie A

(Súťaž sa konala v utorok 13. januára 2015.)

1. Daný je trojuholník ABC s tupým uhlom pri vrchole C . Os o_1 úsečky AC pretína stranu AB v bode K , os o_2 úsečky BC pretína stranu AB v bode L . Priesečník osí o_1 a o_2 označme O . Dokážte, že stred kružnice vpísanej do trojuholníka KLC leží na kružnici opísanej trojuholníku OKL .
(Radek Horenský)

2. Nájdite všetky dvojice prvočísel (p, q) také, že hodnota výrazu $p^2 + 5pq + 4q^2$ je druhou mocninou celého čísla.
(Pavel Calábek)

3. Pre kladné reálne čísla a, b, c platí

$$ab + bc + ca = 16, \quad a \geq 3.$$

Nájdite najmenšiu možnú hodnotu výrazu $2a + b + c$.
(Michal Rolínek)

4. Majme n bodov v rovine, $n \geq 3$, pričom žiadne tri z nich neležia na jednej priamke. Uvažujme vnútorné uhly všetkých trojuholníkov s vrcholmi v daných bodoch a veľkosť najmenšieho z nich označme φ . Pre dané n nájdite najväčšie možné φ .

(Stanislava Sojáková)