

2006/2007

56. ročník MO

Zadania úloh domáceho kola kategórie B

*(Termín odovzdania: v pondelok 15. januára 2007.)*

1. Nájdite všetky dvojice celých čísel  $(a, b)$ , ktoré sú riešením rovnice

$$a^2 + 7ab + 6b^2 + 5a + 4b + 3 = 0.$$

*(Pavel Novotný)*

2. Daná je kružnica  $k$  s priemerom  $AB$ . K ľubovoľnému bodu  $Y$  kružnice  $k$ ,  $Y \neq A$ , zostrojme na polpriamke  $AY$  bod  $X$ , pre ktorý platí  $|AX| = |YB|$ . Určte množinu všetkých takých bodov  $X$ . *(Pavel Leischner)*

3. Nájdite najmenšie prirodzené číslo  $k$  také, že každá  $k$ -prvková množina trojciferných po dvoch nesúdeliteľných čísel obsahuje aspoň jedno prvočíslo. *(Pavel Novotný)*

4. V ľubovoľnom trojuholníku  $ABC$  označme  $T$  ťažisko,  $D$  stred strany  $AC$  a  $E$  stred strany  $BC$ . Nájdite všetky pravouhlé trojuholníky  $ABC$  s preponou  $AB$ , pre ktoré je štvoruholník  $CDTE$  dotýčnicový. *(Ján Mazák)*

5. Nájdite všetky dvojice reálnych čísel  $(p, q)$  také, že mnohočlen  $x^2 + px + q$  je deliteľom mnohočlena  $x^4 + px^2 + q$ . *(Jozef Moravčík)*

6. Daná je úsečka  $AA_0$  a priamka  $p$ . Zostrojte trojuholník s vrcholom  $A$  a výškou  $AA_0$ , ktorého ťažisko a stred kružnice opísanej ležia na priamke  $p$ . *(Eva Řídká)*