

64. ročník Matematickej olympiády  
2014/2015

## Riešenia úloh okresného kola kategórie Z5

*Informácia pre obvodnú komisiu MO:*

Pri každej úlohe sa za akékoľvek úplné riešenie prideluje 6 bodov. Ak žiak rieši úlohu postupom, ktorý sa odlišuje od všetkých tu uvedených riešení, ale úlohu nevyrieši úplne, bodovacia schéma sa zvolí tak, aby čo najlepšie korešpondovala s návrhom hodnotenia tu uvedeným. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 9 alebo viac bodov.

Prosíme o zaslanie výsledkových listín obvodných kôl predsedom KKMO alebo nimi poverenej osobe.

Upozorňujeme tiež na možnosť zverejniť výsledkovú listinu obvodného kola na oficiálnej stránke Slovenskej komisie MO: [skmo.sk](http://skmo.sk). Stačí poslať výsledkovú listinu e-mailom na adresu [skmo@skmo.sk](mailto:skmo@skmo.sk) v takom formáte, v akom si ju želáte zverejniť na internete. Na stránke [skmo.sk/dokument.php?id=429](http://skmo.sk/dokument.php?id=429) nájdete šablónu vo formáte Excelovskej tabuľky, ktorú môžete pri príprave výsledkových listín použiť. Nie je to však povinný formát, môžete použiť aj vlastný. Prosíme len, aby ste dodržali označenie poradia podľa nasledovného príkladu: Ak práve 5 žiakov dosiahne viac bodov ako žiak X.Y. a práve traja žiaci (vrátane X.Y.) dosiahnu rovnako veľa bodov ako X.Y., tak žiakovi X.Y. patrí v poradí 6. – 8. miesto, prípadne skráteno len 6. miesto. Analogickým postupom sa určuje umiestnenie všetkých žiakov.

1. V kúzelníckom bazáre si kúzelníci medzi sebou vymieňali kúzelnícke klobúky, paličky a plášte. Za 4 paličky je 6 plášťov a za 5 paličiek je 5 klobúkov. Koľko plášťov je za 5 paličiek a 1 klobúk? (Veronika Hucíková)

**Riešenie.** Za 5 paličiek je 5 klobúkov. Za 1 paličku je teda 1 klobúk, a preto 5 paličiek a 1 klobúk majú rovnakú hodnotu ako 6 paličiek.

Ďalej vieme, že za 4 paličky je 6 plášťov. Za 2 paličky sú teda 3 plášte, a preto 6 paličiek má rovnakú hodnotu ako 9 plášťov.

Celkom teda vidíme, že 5 paličiek a 1 klobúk majú rovnakú hodnotu ako 9 plášťov.

*Návrh hodnotenia.* 2 body za odvodenie vzťahu 5 paličiek + 1 klobúk = 6 paličiek; 3 body za odvodenie vzťahu 6 paličiek = 9 plášťov; 1 bod za odpoveď.

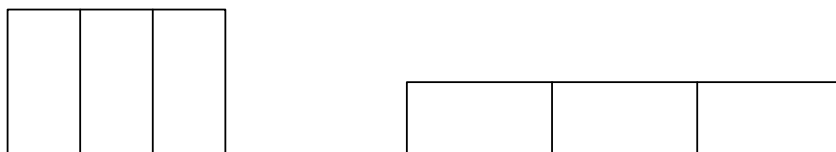
2. Juro mal tri zhodné obdĺžniky. Najskôr ich k sebe priložil tak ako na obr. a dostal obdĺžnik, ktorý mal obvod 20 cm. Potom ich k sebe priložil inak a dostal obdĺžnik s iným obvodom. Aký obvod mal tento obdĺžnik? (Erika Novotná)



**Riešenie.** Z vytvoreného útvaru vidíme, že dlhšia strana každého z troch Jurových obdĺžnikov je rovnako dlhá ako dve strany kratšie. Vysoký obdĺžnik na obrázku má obvod zložený z troch dlhších a štyroch kratších strán malých obdĺžnikov. Keďže súčet troch dlhších strán je rovnako veľký ako súčet šiestich kratších, je obvod veľkého obdĺžnika rovný  $6 + 4 = 10$  kratším stranám malého obdĺžnika. Keďže vysoký obdĺžnik

má obvod 20 cm, je kratšia strana malého obdĺžnika rovná  $20 : 10 = 2$  (cm). Malé obdĺžniky teda majú rozmery  $2 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$ .

Dané tri obdĺžniky sa dajú k sebe podľa uvedených pravidiel priložiť ešte nasledujúcimi spôsobmi:



- a) V prvom prípade je obvod veľkého obdĺžnika rovný súčtu 6 kratších a 2 dlhších strán malého obdĺžnika, t.j.  $6 \cdot 2 + 2 \cdot 4 = 20$  (cm).  
 b) V druhom prípade je obvod veľkého obdĺžnika rovný súčtu 6 dlhších a 2 kratších strán malého obdĺžnika, t.j.  $6 \cdot 4 + 2 \cdot 2 = 28$  (cm).

V prvom prípade je obvod rovnaký ako obvod obdĺžnika zo zadania, v druhom prípade je iný. Novovzniknutý Jurov obdĺžnik mal obvod 28 cm.

*Návrh hodnotenia.* 2 body za objav, že malý obdĺžnik má jeden rozmer dvakrát väčší ako druhý; 2 body za vyčíslenie rozmerov malého obdĺžnika; 1 bod za obdĺžnik s iným obvodom; 1 bod za jeho obvod.

Diskusia možnosti a) nie je povinnou súčasťou riešenia.

**3.** Z čísla 215 môžeme vytvoriť štvorciferné číslo tak, že medzi jeho cifry vpíšeme akúkoľvek ďalšiu cifru. Takto sme vytvorili dve štvorciferné čísla, ktorých súčet bol 4360. Aké dve štvorciferné čísla to mohli byť? Určte všetky možnosti. (Libor Šimůnek)

**Riešenie.** Novovzniknuté štvorciferné číslo je buď typu  $2 * 15$ , alebo typu  $21 * 5$ . V úlohe vytvorené čísla mohli byť buď a) obe prvého typu, alebo b) obe druhého typu, alebo c) každé iného typu.

a) V tomto prípade končí súčet  $2 * 15 + 2 * 15$  číslom 30, čo je v rozpore so zadaným súčtom 4360. V úlohe vytvorené čísla preto nemohli byť obe typu  $2 * 15$ .

b) Tento prípad riešime ako algebrogram:

$$\begin{array}{r} 21 * 5 \\ 21 * 5 \\ \hline 4360 \end{array}$$

V stĺpci stoviek si všimneme, že po sčítaní  $1 + 1$  je vo výsledku zapísaná cifra 3, v stĺpci desiatok preto určite došlo k prechodu cez desiatku. V stĺpci jednotiek sčítame  $5 + 5 = 10$  a vo výsledku je na mieste desiatok zapísaná cifra 6. Preto miesta označené hviezdičkami ukrývajú cifry so súčtom 15. Môže sa jednať buď o súčet  $9 + 6$ , alebo  $8 + 7$ . Tento algebrogram má teda dve riešenia.

c) Tento prípad riešime ako algebrogram:

$$\begin{array}{r} 2 * 15 \\ 21 * 5 \\ \hline 4360 \end{array}$$

Podobnými úvahami ako vyššie zisťujeme, že tento algebrogram má jediné riešenie: na miesto desiatok patrí cifra 4, na miesto stoviek 2.

Úloha má celkom tri riešenia: hľadanou dvojicou čísel sú buď čísla 2195 a 2165, alebo čísla 2185 a 2175, alebo čísla 2215 a 2145.

*Návrh hodnotenia.* 3 body za riešenie  $2195 + 2165$  a  $2185 + 2175$  (z toho po 1 bode za každé riešenie a 1 bod za komentár); 2 body za riešenie  $2215 + 2145$ ; 1 bod za vylúčenie možnosti  $2 * 15 + 2 * 15$ .

---

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: Svetlana Bednářová, Alžbeta Bohiniková, Lenka Dedková, Monika Dillingerová, Libuše Hozová, Veronika Hucíková, Katarína Jasenčáková, Marie Krejčová, Martin Mach, Erika Novotná, Eva Patáková, Karel Pazourek, Michaela Petrová, Miroslava Smitková, Libor Šimůnek, Marta Volfová, Vojtěch Žádník

Recenzenti: Alžbeta Bohiniková, Svetlana Bednářová, Monika Dillingerová, Veronika Hucíková, Katarína Jasenčáková, Miroslava Smitková, Erika Novotná, Peter Novotný

Redakčná úprava: Peter Novotný

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2015