

2014/2015

64. ročník MO

Zadania úloh školského kola kategórie B

(Súťaž sa konala vo štvrtok 22. januára 2015.)

1. Predpokladajme, že prirodzené číslo a má 15 kladných deliteľov. Koľko ich môže mať prirodzené číslo b , ak najmenší spoločný násobok čísel a a b má 20 kladných deliteľov?
(Jaromír Šimša)

2. Označme P priesečník uhlopriečok konvexného štvoruholníka $ABCD$. Vypočítajte jeho obsah, ak obsahy trojuholníkov ABC , BCD a DAP sú postupne 8 cm^2 , 9 cm^2 , 10 cm^2 .
(Pavel Novotný)

3. Dokážte, že pre ľubovoľné kladné reálne čísla a , b , c platí

$$\frac{ab}{a^2 - ab + b^2} + \frac{bc}{b^2 - bc + c^2} + \frac{ca}{c^2 - ca + a^2} \leq 3.$$

Určte, kedy nastáva rovnosť.

(Jaromír Šimša)