

2006/2007
56. ročník MO

Zadania úloh domáceho kola kategórie C

(Termín odovzdania: v pondelok 15. januára 2007.)

1. Určte všetky dvojice prirodzených čísel (a, b) , pre ktoré platí

$$a + 5\sqrt{b} = b + 5\sqrt{a}.$$

(Jaroslav Švrček)

2. Nájdite všetky trojuholníky, ktoré sa dajú rozrezať na lichobežníky so stranami dĺžok 1 cm, 1 cm, 1 cm a 2 cm.

(Ján Mazák)

3. Nájdite všetky prirodzené čísla, ktorých zápis neobsahuje nulu a má nasledujúcu vlastnosť: ak v ňom vynecháme ľubovoľnú číslicu, dostaneme číslo, ktoré je deliteľom pôvodného čísla.

(Jaromír Šimša)

4. Daný je lichobežník $ABCD$ so základňami AB a CD . Označme E stred strany AB , F stred úsečky DE a G priesečník úsečiek BD a CE . Vyjadrite obsah lichobežníka $ABCD$ pomocou jeho výšky v a dĺžky d úsečky FG za predpokladu, že body A, F, C ležia na jednej priamke.

(Ján Mazák)

5. Zistite, pre ktoré prirodzené číslo n je podiel

$$\frac{33\,000}{(n-4)(n+1)}$$

a) čo najväčšie, b) čo najmenšie prirodzené číslo.

(Eva Řídká)

6. Daný je ostrouhlý trojuholník ABC , v ktorom D je päta výšky z vrcholu C a V priesečník výšok. Dokážte, že $|AD| \cdot |BD| = |AB| \cdot |VD|$ práve vtedy, keď $|CD| = |AB|$.

(Jaroslav Zhouf)