2006/2007
56. ročník MO *Zadania úloh školského kola kategórie A*

(*Súťaž sa konala v utorok 5. decembra 2006.*)

1. Určte všetky reálne čísla s, pre ktoré má rovnica

$$4x^4 - 20x^3 + sx^2 + 22x - 2 = 0$$

štyri rôzne reálne korene, pričom súčin dvoch z nich je rovný číslu -2.

(*Jaromír Šimša*)

2. Uvažujme množinu $\{1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 32, 40, 80, 160\}$ a všetky jej trojprvkové podmnožiny. Rozhodnite, či je viac tých, ktoré majú súčin svojich prvkov väčší ako 2 006, alebo tých, ktoré majú súčin svojich prvkov menší ako 2 006. (*Peter Novotný*)

3. Daný je lichobežník $ABCD$ s pravým uhlom pri vrchole A a základňou AB, v ktorom platí $|AB| > |CD| \geqq |DA|$. Označme S priesečník osí jeho vnútorných uhlov pri vrcholoch A, B a T priesečník osí vnútorných uhlov pri vrcholoch C, D. Podobne označme U, V priesečníky osí vnútorných uhlov pri vrcholoch A, D, resp. B, C.

a) Dokážte, že priamky UV a AB sú rovnobežné.

b) Dokážte, že priesečník E polpriamky DT s priamkou AB a body S, T, B ležia na jednej kružnici.

(*J. Švrček, P. Calábek*)