

2006/2007

56. ročník MO

Zadania úloh krajského kola kategórie C

(Súťaž sa konala v utorok 27. marca 2007.)

1. V rovine sú dané dva rôzne body L , M a kružnica k . Zostrojte trojuholník ABC s čo najväčším obsahom tak, aby jeho vrchol C ležal na kružnici k , bod L bol stredom strany AC a bod M stredom strany BC . (Pavel Leischner)

2. Nech p , q , r sú prirodzené čísla, pre ktoré platí $p + r\sqrt{p+q} + q = 2007$.

a) Určte, aké hodnoty môže nadobúdať súčet $p + q + r$.

b) Určte počet všetkých usporiadaných trojíc (p, q, r) prirodzených čísel, ktoré vyhovujú danej rovnici.

(Jaroslav Švrček)

3. Rovnoramennému lichobežníku $ABCD$ so základňami AB , CD sa dá vpísať kružnica so stredom O . Určte obsah S lichobežníka, ak sú dané dĺžky úsečiek OB a OC .

(Pavel Leischner)

4. Určte najväčšie dvojciferné číslo k s nasledujúcou vlastnosťou: existuje prirodzené číslo N , z ktorého po škrtnutí prvej číslice zľava dostaneme číslo k -krát menšie. (Po škrtnutí číslice môže zápis čísla začínať jednou či niekoľkými nulami.) K určenému číslu k potom nájdite najmenšie vyhovujúce číslo N . (Jaromír Šimša)