

2005/2006

55. ročník MO

Zadania úloh školského kola kategórie A

(Súťaž sa konala v utorok 6. decembra 2005.)

1. Nájdite všetky dvojice celých čísel x a y , pre ktoré platí

$$\sqrt{x\sqrt{5}} - \sqrt{y\sqrt{5}} = \sqrt{6\sqrt{5} - 10}.$$

(J. Moravčík)

2. Daný je rovnostranný trojuholník ABC s obsahom S a jeho vnútorný bod M . Označme postupne A_1 , B_1 , C_1 tie body strán BC , CA a AB , pre ktoré platí $MA_1 \parallel AB$, $MB_1 \parallel BC$ a $MC_1 \parallel CA$. Priesečníky osí úsečiek MA_1 , MB_1 a MC_1 tvoria vrcholy trojuholníka s obsahom T . Dokážte, že platí $S = 3T$. *(J. Švrček)*

3. V obore reálnych čísel vyriešte rovnicu

$$1 + \sin \frac{x + \pi}{5} \cdot \sin \frac{x - \pi}{11} = 0.$$

(J. Šimša)