2005/2006
55. ročník MO *Zadania úloh školského kola kategórie B*

(*Súťaž sa konala vo štvrtok 26. januára 2006.*)

1. Dokážte, že pre ľubovoľné kladné čísla a, b, c platí nerovnosť

$$\left(a+\frac{1}{b}\right)\left(b+\frac{1}{c}\right)\left(c+\frac{1}{a}\right) \geqq 8.$$

Zistite, kedy nastáva rovnosť. (*J. Šimša*)

2. Na prepone AB pravouhlého trojuholníka ABC uvažujme také body P a Q, že $|AP| = |AC|$ a $|BQ| = |BC|$. Označme M priesečník kolmice z vrcholu A na priamku CP a kolmice z vrcholu B na priamku CQ. Dokážte, že priamky PM a QM sú navzájom kolmé. (*J. Švrček*)

3. Nájdite všetky dvojice celých čísel a, b, pre ktoré žiadna z rovníc

$$x^2 + ax + b = 0, \quad y^2 + by + a = 0$$

nemá dva rôzne reálne korene. (*E. Kováč*)