

2015/2016
65. ročník MO

Zadania úloh domáceho kola kategórie Z9

(Termín odovzdania: prvá trojica úloh v pondelok 16. 11. 2015,
druhá trojica úloh v pondelok 14. 12. 2015.)

1. Objem vody v mestskom bazéne s obdĺžnikovým dnom je 6 998,4 hektolitrov. Propagačný leták uvádza, že keby sme chceli všetku vodu z bazéna preliať do pravidelného štvorbokého hranola s hranou podstavy rovnajúcou sa priemernej hĺbke bazéna, musel by byť hranol vysoký ako blízky televízny vysielač a potom by bol naplnený až po okraj. Dodávame, že keby sme chceli preplávať vzdialenosť rovnakú, ako je výška vysielača, museli by sme preplávať buď osem dĺžok, alebo pätnásť širok bazéna. Aký vysoký je vysielač? (Luboš Šimůnek)

2. Úžasným číslom nazveme také párne číslo, ktorého rozklad na súčin prvočísel má práve tri nie nutne rôzne činitele a súčet všetkých jeho deliteľov je rovný dvojnásobku tohto čísla. Nájdite všetky úžasné čísla. (Martin Mach)

3. Juro zostrojil štvorec $ABCD$ so stranou 12 cm. Do tohto štvorca narysoval štvrtkružnicu k , ktorá mala stred v bode B a prechádzala bodom A , a polkružnicu l , ktorá mala stred v strede strany BC a prechádzala bodom B . Rád by ešte zostrojil kružnicu, ktorá by ležala vnútri štvorca a dotýkala sa štvrtkružnice k , polkružnice l aj strany AB . Určte polomer takej kružnice. (Marta Volfová)

4. V tabuľke je kurzový lístok zmenárne, avšak niektoré hodnoty sú v ňom nahradené otáznikmi.

	nákup	predaj
1 EUR	26,20 CZK	28,00 CZK
1 GBP	? CZK	? CZK

Zmenáreň vymieňa peniaze v uvedených kurzoch a neúčtuje si iné poplatky.

1. Koľko eur dostane zákazník, ak tu zmení 4 200 českých korún?

Ak zmenárnik vykúpi od zákazníka 1 000 libier a potom ich všetky predá, jeho celkový zisk je 2 200 českých korún. Keby namiesto toho zmenárnik predal 1 000 libier a potom by všetky utrížené české koruny zmenil s iným zákazníkom za libry, zarobil by na tom 68,75 libier.

2. Za koľko českých korún zmenárnik nakupuje a za koľko predáva 1 libru?

(Luboš Šimůnek)

5. Betka si myslela prirodzené číslo s navzájom rôznymi ciframi a napísala ho na tabuľu. Podoň zapísala cifry pôvodného čísla odzadu a tak získala nové číslo. Sčítaním týchto dvoch čísel dostala číslo, ktoré malo rovnaký počet cifier ako myslené číslo a skladalo sa iba z cifier mysleného čísla (avšak nemuselo obsahovať všetky jeho cifry). Erike sa Betkino číslo zapáčilo a chcela nájsť iné číslo s rovnakými vlastnosťami. Zistila, že neexistuje menšie také číslo ako Betkino a väčšie sa jej hľadať nechcelo. Určte, aké číslo si myslela Betka a aké číslo by mohla nájsť Erika, keby mala viac trpezlivosti. (Katarína Jasenčáková)

6. Na stranách AB a AC trojuholníka ABC ležia postupne body E a F , na úsečke EF leží bod D . Priamky EF a BC sú rovnobežné a súčasne platí

$$|FD| : |DE| = |AE| : |EB| = 2 : 1.$$

Trojuholník ABC má obsah 27 hektárov a úsečkami EF , AD a DB je rozdelený na štyri časti. Určte obsahy týchto štyroch častí. (Vojtěch Žádník)