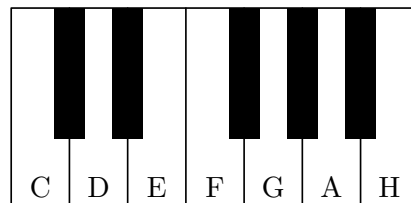


2015/2016
65. ročník MO

Zadania úloh domáceho kola kategórie Z8

(Termín odovzdania: prvá trojica úloh v pondelok 14. 12. 2015,
druhá trojica úloh v pondelok 29. 2. 2016.)

1. Mišo mal na poličke malú klaviatúru, ktorú vidíte na obrázku. Na bielych klávesoch boli vyznačené ich tóny. Klaviatúru našla malá Klára. Keď ju brala z poličky, vypadla jej z ruky



Obr. 1

a všetky biele klávesy sa z nej vysypali. Aby sa brat nehneval, začala ich Klára skladať späť. Všimla si pritom, že sa dali vložiť iba na niektoré miesta, lebo im prekážali čierne klávesy umiestnené presne doprostred medzi dva biele. Kláre sa podarilo klávesy nejako zložiť, avšak tóny na nich boli pomiešané, keďže ešte nepoznala hudobnú stupnicu. Zistíte, koľkými spôsobmi mohla Klára klávesy poskladať. (Erika Novotná)

2. Na lúke sa pasú kone, kravy a ovce, spolu ich je menej ako 200. Keby bolo kráv 45-krát viac, koní 60-krát viac a oviec 35-krát viac ako ich je teraz, ich počty by sa rovnali. Koľko sa spolu na lúke pasie koní, kráv a oviec? (Marie Krejčová)

3. Daný je rovnoramenný lichobežník $ABCD$, v ktorom platí

$$|AB| = 2|BC| = 2|CD| = 2|DA|.$$

Na jeho strane BC je bod K taký, že $|BK| = 2|KC|$, na jeho strane CD je bod L taký, že $|CL| = 2|LD|$, a na jeho strane DA je bod M taký, že $|DM| = 2|MA|$. Určte veľkosti vnútorných uhlov trojuholníka KLM . (Jaroslav Zhouf)

4. V komore, kde sa rozbilo svetlo a všetko z nej musíme brať naslepo, máme ponožky štyroch rôznych farieb. Ak si chceme byť istí, že vytiahneme aspoň dve biele ponožky, musíme ich z komory priniesť 28. Aby sme mali takú istotu pre sivé ponožky, musíme ich priniesť tiež 28, pre čierne ponožky stačí 26 a pre modré ponožky 34. Koľko je spolu v komore ponožiek? (Eva Semerádová)

5. Číslo dňa je poradové číslo daného dňa v príslušnom mesiaci (teda napr. číslo dňa 5. augusta 2016 je 5). Ciferný súčet dňa je súčet hodnôt všetkých cifier v dátume tohto dňa (teda napr. ciferný súčet dňa 5. augusta 2016 je $5 + 8 + 2 + 0 + 1 + 6 = 22$). Šťastný deň je taký deň, ktorého číslo dňa je rovné cifernému súčtu dňa. Určte, koľko šťastných dní je v roku 2016 a ktoré dni to sú. (Lucie Růžičková)

6. Katka narysovala trojuholník ABC . Stred strany AB označila X a stred strany AC označila Y . Na strane BC chce nájsť taký bod Z , aby obsah štvoruholníka $AXZY$ bol čo najväčší. Akú časť trojuholníka ABC môže maximálne zaberáť štvoruholník $AXZY$? (Alžbeta Bohiniková)