

2004/2005

54. ročník MO

Zadania úloh školského kola kategórie A

(Súťaž sa konala v utorok 7. decembra 2004.)

1. Určte počet všetkých nekonečných aritmetických postupností celých čísel, ktoré majú medzi svojimi prvými desiatimi členmi obe čísla 1 a 2005. (V. Bálint, J. Šimša)

2. V rovnobežníku $ABCD$ platí $|AB| > |BC|$. Označme K , L , M a N postupne body dotyku kružníc vpísaných trojuholníkom ACD , BCD , ABC a ABD s príslušnou uhlopriečkou AC , resp. BD . Dokážte, že $KLMN$ je obdĺžnik. (R. Horenský)

3. Zistite, pre ktoré prirodzené čísla k má sústava nerovnic

$$k(k-2) \leq \left(k + \frac{1}{k}\right)x \leq k^2(k+3)$$

s neznámou x práve $(k+1)^2$ riešení v obore celých čísel.

(J. Šimša)