

2004/2005

54. ročník MO

Zadania úloh krajského kola kategórie B

*(Súťaž sa konala v utorok 22. marca 2005.)*

1. Kružnica  $k_1$  s polomerom 1 má vonkajší dotyk s kružnicou  $k_2$  s polomerom 2. Každá z kružníc  $k_1, k_2$  má vnútorný dotyk s kružnicou  $k_3$  s polomerom 3. Vypočítajte polomer kružnice  $k$ , ktorá má s kružnicami  $k_1, k_2$  vonkajší dotyk a s kružnicou  $k_3$  vnútorný dotyk. (P. Novotný)

2. Na jednej internetovej stránke prebieha hlasovanie o najlepšieho hokejistu sveta posledného desaťročia. Počet hlasov pre jednotlivých hráčov sa uvádza po zaokrúhlení v celých percentách. Po Jožkovom hlasovaní pre Miroslava Šatana sa jeho zisk 7% nezmenil. Najmenej koľko ľudí vrátane Jožka hlasovalo? Predpokladáme, že každý účastník ankety hlasoval práve raz, a to pre jediného hráča. (M. Panák)

3. Nech  $ABC$  je ostrouhlý trojuholník. Označme  $K$  a  $L$  päty výšok z vrcholov  $A$  a  $B$ ,  $M$  stred strany  $AB$  a  $V$  priesečník výšok trojuholníka  $ABC$ . Dokážte, že os uhla  $KML$  prechádza stredom úsečky  $VC$ . (J. Švrček)

4. Nájdite všetky trojice reálnych čísel  $x, y, z$ , pre ktoré platí

$$\lfloor x \rfloor - y = 2 \cdot \lfloor y \rfloor - z = 3 \cdot \lfloor z \rfloor - x = \frac{2004}{2005},$$

kde  $\lfloor a \rfloor$  označuje najväčšie celé číslo, ktoré neprevyšuje číslo  $a$ .

(J. Šimša)