2004/2005
54. ročník MO *Zadania úloh krajského kola kategórie C*

(*Súťaž sa konala v utorok 22. marca 2005.*)

1. Určte číslice x, y, z tak, aby platila rovnosť

$$\frac{x+y}{z} = \overline{z{,}yx},$$

kde $\overline{z{,}yx}$ označuje číslo zložené zo z jednotiek, y desatín a x stotín. (*J. Zhouf*)

2. Ku každému prirodzenému číslu $n > 2$ nájdite aspoň jednu dvojicu rôznych prirodzených čísel p, q tak, aby číslo $1/n$ bolo aritmetickým priemerom čísel $1/p$ a $1/q$. (*L. Boček*)

3. Ľubovoľným vnútorným bodom P uhlopriečky AC daného obdĺžnika $ABCD$ sú vedené rovnobežky s jeho stranami tak, že pretínajú úsečky AB, BC, CD a DA postupne v bodoch K, L, M a N. Dokážte, že

a) priamky LM a KN sú rovnobežky,
b) vzdialenosť rovnobežiek LM a KN je konštantná (nezávisí na voľbe bodu P),
c) pre obvod o štvoruholníka $KLMN$ platí nerovnosť $o \geqq 2|AC|$.

(*J. Švrček*)

4. Popíšte konštrukciu lichobežníka $ABCD$ so základňami AB a CD, ktorému sa dá opísať kružnica s polomerom $r = 5\,\text{cm}$, keď je daná vzdialenosť $d = 2\,\text{cm}$ jej stredu od priesečníka uhlopriečok a $|\measuredangle BAC| = 70°$. (*E. Kováč*)