

2003/2004

53. ročník MO

Zadania úloh školského kola kategórie A

*(Súťaž sa konala v utorok 2. decembra 2003.)*

1. Nech  $P(x) = ax^2 + bx + c$  je kvadratický trojčlen s nezápornými reálnymi koeficientmi. Dokážte, že pre ľubovoľné kladné číslo  $x$  platí

$$P(x) \cdot P\left(\frac{1}{x}\right) \geq (P(1))^2.$$

*(E. Kováč)*

2. Určte, akú najväčšiu dĺžku môže mať uhlopriečka  $CE$  konvexného päťuholníka  $ABCDE$ , ktorého strana  $AB$  má dĺžku 6 cm, vnútorné uhly pri vrcholoch  $C$  a  $E$  sú pravé a uhol  $ADB$  má veľkosť  $120^\circ$ .

*(P. Černek)*

3. V obore reálnych čísel vyriešte sústavu rovníc

$$\begin{aligned}x^2 + 2yz &= 6(y + z - 2), \\y^2 + 2zx &= 6(z + x - 2), \\z^2 + 2xy &= 6(x + y - 2).\end{aligned}$$

*(J. Šimša)*