

2015/2016
65. ročník MO

Zadania úloh školského kola kategórie A

(Súťaž sa konala v utorok 8. decembra 2015.)

1. Prvočíslo nazveme *pekné*, ak sa dá zapísať ako rozdiel dvoch tretích mocnín prirodzených čísel. Určte posledné cifry všetkých pekných prvočísel.

(Patrik Bak, Michal Rolínek)

2. Kladné reálne čísla a, b, c, d spĺňajú rovnosti

$$a = c + \frac{1}{d} \quad \text{a} \quad b = d + \frac{1}{c}.$$

Dokážte nerovnosť $ab \geq 4$ a nájdite najmenšiu možnú hodnotu výrazu $ab + cd$.

(Jaromír Šimša)

3. Daný je lichobežník $ABCD$ ($AB \parallel CD$), v ktorom platí $|BC| = |AB| + |CD|$. Dokážte, že

- a) na ramene AD leží nejaký bod kružnice majúcej priemer BC ,
- b) na ramene BC leží nejaký bod kružnice majúcej priemer AD .

(Josef Tkadlec)