

2015/2016
65. ročník MO

Zadania úloh krajského kola kategórie A

(Súťaž sa konala v utorok 12. januára 2016.)

1. Na tabuli sú napísané rôzne kladné celé čísla. Ich aritmetický priemer je desatinné číslo, ktorého desatinná časť je presne 0,2016. Akú najmenšiu hodnotu môže tento priemer mať? (Patrik Bak)

2. Daný je štvorec $ABCD$ so stranou dĺžky 1. Na jeho strane CD zvolíme bod E tak, aby platilo $|\angle BAE| = 60^\circ$. Ďalej zvolíme ľubovoľný vnútorný bod úsečky AE a označme ho X . Bodom X potom vedme kolmicu na priamku BX a jej priesečník s priamkou BC označme Y . Aká je najmenšia možná dĺžka úsečky BY ? (Michal Rolínek)

3. Koľkými spôsobmi sa dá rozdeliť množina $\{1, 2, \dots, 12\}$ na šesť disjunktných dvojprvkových podmnožín takých, že každá z nich obsahuje navzájom nesúdeliteľné čísla (teda také, ktoré nemajú spoločného deliteľa väčšieho ako 1)? (Martin Panák)

4. Určte najmenšie reálne číslo m , pre ktoré možno nájsť reálne čísla a a b tak, aby nerovnosť

$$|x^2 + ax + b| \leq m(x^2 + 1)$$

platila pre každé $x \in \langle -1, 1 \rangle$.

(Jaromír Šimša)