

2002/2003

52. ročník MO

Zadania úloh domáceho kola kategórie C

(Termín odovzdania: v pondelok 20. januára 2003.)

1. Z piatich jednotiek, piatich dvojok, piatich trojok, piatich štvoriek a piatich pätiok zostavte päť navzájom rôznych päťmiestnych čísel tak, aby ich súčet bol čo najväčší.
(J. Šimša)
2. Je daný trojuholník ABC s ostrými vnútornými uhlami pri vrcholoch A a B . Označme Q priesečník ťažnice AD s výškou CP a E päťu kolmice z bodu D na stranu AB . Ďalej nech R je taký bod na polpriamke opačnej k PC , že $|PR| = |CQ|$. Dokážte, že priamky AD a RE sú rôznobežné a že ich priesečník leží na kolmici k priamke AB prechádzajúcej bodom B .
(J. Švrček)
3. Predpokladajme, že každá z dvoch bánk A a B bude mať počas nasledujúcich dvoch rokov stálu ročnú úrokovú mieru. Keby sme uložili $5/6$ našich úspor v banke A a zvyšok v banke B , vzrástli by naše úspory po jednom roku na 67 000 Sk a po dvoch rokoch na 74 900 Sk. Keby sme však uložili $5/6$ našich úspor v banke B a zvyšok v banke A , vzrástli by naše úspory po jednom roku na 71 000 Sk. Na akú čiastku by sa v takom prípade zvýšili naše úspory po dvoch rokoch?
(J. Šimša)
4. Zostrojte lichobežník $ABCD$ s výškou 3 cm a zhodnými stranami BC , CD a DA , pre ktorý platí: Na základni AB existuje bod E taký, že úsečka DE má dĺžku 5 cm a delí lichobežník na dve časti s rovnakými obsahmi.
(E. Kováč)
5. K prirodzenému číslu m zapísanému rovnakými číslicami sme pripočítali štvormiestne prirodzené číslo n . Získali sme štvormiestne číslo s opačným poradím číslic ako má číslo n . Určte všetky také dvojice čísel m a n .
(J. Zhouf)
6. V rovine je daná priamka p a kružnica k . Zostrojte taký trojuholník ABC , aby k bola kružnicou jemu vpísanou, aby jej stred ležal v jednej štvrtine jeho ťažnice na stranu AB a aby vrchol C ležal na priamke p . Urobte diskusiu o počte riešení v závislosti na vzájomnej polohe priamky p a kružnice k .
(P. Černek)