

2002/2003

52. ročník MO

Zadania úloh krajského kola kategórie B

(Súťaž sa konala v utorok 25. marca 2003.)

1. Určte najväčší počet po sebe idúcich päťmiestnych prirodzených čísel, medzi ktorými nie je žiadny palindróm (t. j. číslo, ktoré sa číta odpredu rovnako ako odzadu).

(J. Šimša)

2. V rovine je daný pravouhlý trojuholník ABC . Nech K je ľubovoľný bod prepony AB . Kružnica zostrojená nad úsečkou CK ako nad priemerom pretne odvesny BC a CA vo vnútorných bodoch, ktoré označíme postupne L a M . Rozhodnite, pre ktorý bod K má štvoruholník $ABLM$ najmenší možný obsah.

(J. Švrček)

3. Určte všetky reálne čísla p , pre ktoré má rovnica

$$(x - 1)^2 = 3|x| - px$$

práve tri rôzne riešenia v obore reálnych čísel.

(J. Šimša)

4. V rovine je daný pravouhlý lichobežník $ABCD$ s dlhšou základňou AB a pravým uhlom pri vrchole A . Označme k_1 kružnicu zostrojenú nad stranou AD ako nad priemerom a k_2 kružnicu, ktorá prechádza bodmi B , C a dotýka sa priamky AB . Ak majú kružnice k_1 , k_2 vonkajší dotyk v bode P , je priamka BC dotyčnicou kružnice opísanej trojuholníku CDP . Dokážte.

(J. Švrček)