2001/2002
51. ročník MO *Zadania úloh školského kola kategórie A*

(*Súťaž sa konala v utorok 4. decembra 2001.*)

1. V obore celých čísel x riešte rovnicu

$$3(x^2)_5 + (3x)_5 = (3x-2)(x+2),$$

kde n_5 znamená násobok piatich najbližší číslu n, napr. $(-3)_5 = -5$. (*J. Šimša*)

2. Označme S stred kružnice vpísanej danému trojuholníku ABC a P, Q päty kolmíc z vrcholu C k priamkam, na ktorých ležia osi vnútorných uhlov BAC a ABC. Dokážte, že priamky AB a PQ sú rovnobežné. (*J. Švrček*)

3. Zistite, pre ktoré reálne čísla p má sústava rovníc

$$\begin{aligned} x^2 + 1 &= (p+1)x + py - z,\\ y^2 + 1 &= (p+1)y + pz - x,\\ z^2 + 1 &= (p+1)z + px - y \end{aligned}$$

s neznámymi x, y, z práve jedno riešenie v obore reálnych čísiel. (*E. Kováč*)