2001/2002
51. ročník MO *Zadania úloh školského kola kategórie B*

(*Súťaž sa konala v utorok 22. januára 2002.*)

1. Určte reálne číslo p tak, aby rovnica

$$x^2 + 4px + 5p^2 + 6p - 16 = 0$$

mala dva rôzne korene x_1, x_2 a aby súčet $x_1^2 + x_2^2$ bol čo najmenší. (*J. Šimša*)

2. Vnútri strán BC, CA, AB daného ostrouhlého trojuholníka ABC sú po rade vybrané body X, Y a Z tak, že každému zo štvoruholníkov $ABXY$, $BCYZ$ a $CAZX$ sa dá opísať kružnica. Dokážte, že body X, Y, Z sú päty výšok trojuholníka ABC. (*E. Kováč*)

3. Na tabuli sú napísané čísla $1, 2, \ldots, 17$. Čísla postupne zotierame, a to tak, že z doposiaľ nezotretých čísel zvolíme ľubovoľné číslo k a zotrieme všetky tie čísla na tabuli, ktoré delia číslo $k+17$. Dokážte, že opakovaním tejto procedúry sa nám nepodarí zotrieť všetky čísla. (*J. Földes*)