

2015/2016
65. ročník MO

Zadania úloh krajského kola kategórie C

(Súťaž sa konala v utorok 12. apríla 2016.)

1. Nájdite najmenšiu možnú hodnotu výrazu

$$3x^2 - 12xy + y^4,$$

v ktorom x a y sú ľubovoľné celé nezáporné čísla.

(Jaromír Šimša)

2. Určte, koľkými spôsobmi možno všetky hrany kocky $ABCDEFGH$ ofarbiť štyrmi danými farbami (celú hranu bez krajných bodov vždy jednou farbou), aby pritom každá stena kocky mala hrany všetkých štyroch farieb.

(Jaroslav Švrček)

3. V pravouhlom lichobežníku $ABCD$ s pravým uhlom pri vrchole A základne AB je bod K priesečníkom výšky CP lichobežníka s jeho uhlopriečkou BD . Obsah štvoruholníka $APCD$ je polovicou obsahu lichobežníka $ABCD$. Určte, akú časť obsahu trojuholníka ABC zaberá trojuholník BCK .

(Lucie Růžičková)

4. Adam s Barborou hrajú so zlomkom

$$\frac{10a + b}{10c + d}$$

takúto hru na štyri ťahy: Hráči striedavo nahrádzajú ľubovoľné z doposiaľ neurčených písmen a, b, c, d nejakou cifrou od 1 do 9. Barbora vyhrá, keď výsledný zlomok bude rovný buď celému číslu, alebo číslu s konečným počtom desatinných miest; inak vyhrá Adam (napríklad keď vznikne zlomok $\frac{11}{29}$). Ak začína Adam, ako má hrať Barbora, aby zaručene vyhrala? Ak začína Barbora, je možné poradiť Adamovi tak, aby vždy vyhral?

(Tomáš Jurík)