2000/2001
50. ročník MO *Zadania úloh domáceho kola kategórie B*

(*Termín odovzdania: v pondelok 15. januára 2001.*)

1. V obore kladných čísel riešte sústavu rovníc

$$3x + y_{10} = 598{,}6,$$
$$x_{10} + 2y = 723{,}4,$$

pričom x_{10} a y_{10} označujú postupne čísla x a y zaokrúhlené na desiatky.
(*S. Bednářová*)

2. Na povrchu kocky $ABCDEFGH$ je zostrojená lomená čiara zložená zo štyroch zhodných úsečiek v stenách $ABFE$, $BCGF$, $CDHG$ a $GHEF$, ktorá vychádza z vrcholu A a končí vo vrchole E. Určte, v akom pomere delí táto lomená čiara hranu CG.
(*J. Zhouf*)

3. Do každého poľa štvorcovej tabuľky $n \times n$ vpíšeme jedno z čísel $1, 2, \dots, n$ tak, aby v každom riadku aj v každom stĺpci boli buď všetky čísla rovnaké, alebo všetky navzájom rôzne. Príkladom pre $n = 5$ je nasledujúca tabuľka:

5	4	1	2	3
3	3	3	3	3
4	1	2	5	3
1	2	5	4	3
2	5	4	1	3

Označme S súčet všetkých čísel tabuľky. Koľko rôznych hodnôt S pre dané n existuje?
(*J. Šimša*)

4. Nech k je kružnica opísaná trojuholníku ABC, D je priesečník ťažnice na stranu AB s kružnicou k. Dotyčnice ku kružnici k v bodoch A, B, C, D vytvárajú štvoruholník $PQRS$. Zistite, pre ktoré trojuholníky ABC je štvoruholník $PQRS$ tetivový.
(*J. Földes*)

5. Určte všetky polynómy $P(x)$ také, že pre každé reálne číslo x je splnená rovnosť

$$P(2x) = 8P(x) + (x - 2)^2.$$

(*P. Černek*)

6. Zostrojte trojuholník ABC s obsahom $18\,\mathrm{cm}^2$ a nasledujúcou vlastnosťou: obvod každého pravouholníka $KLMN$, ktorého vrcholy K, L ležia na úsečke AB a body M, N postupne na úsečkách BC, AC, je rovný trom pätinám obvodu trojuholníka ABC.
(*S. Bednářová*)