

2000/2001
50. ročník MO

Zadania úloh domáceho kola kategórie C

(Termín odovzdania: v pondelok 15. januára 2001.)

1. Nájdite všetky trojčiferné čísla n také, že posledné trojčísle čísla n^2 je zhodné s číslom n . (J. Zhouf)

2. Zostrojte lichobežník, ak sú dané dĺžky 9 cm a 12 cm jeho uhlopriečok, dĺžka 8 cm strednej priečky a vzdialenosť 2 cm stredov uhlopriečok. (E. Kováč)

3. Nájdite všetky dvojice prirodzených čísel a, b , pre ktoré platí

$$n(a, b) + D(a, b) = 63,$$

kde $n(a, b)$ označuje najmenší spoločný násobok a $D(a, b)$ najväčší spoločný deliteľ čísel a, b . (L. Boček)

4. Dokážte, že pre dĺžky a, b, c strán ľubovoľného trojuholníka platí

$$\frac{(a^2 + b^2)c^2 - (a^2 - b^2)^2}{abc^2} \leq 2.$$

Pre ktoré trojuholníky nastane v predchádzajúcom vzťahu rovnosť? (J. Šimša)

5. Tridsať maturantov jedného gymnázia si podalo prihlášku na ďalšie štúdium na niektorú zo šiestich fakúlt Slovenskej technickej univerzity. Využili možnosť podať viac prihlášok, a tak polovica žiakov podala prihlášku aspoň na tri fakulty. Tretina študentov si podala prihlášku na viac ako tri fakulty. Na fakultu architektúry sa vzhľadom na talentové prijímacie skúšky nehlásil nikto. Dokážte, že na niektorú zo zvyšných piatich fakúlt sa prihlásilo menej ako dvadsať študentov. (P. Hliněný)

6. Do danej kružnice s polomerom r vpíšte lichobežník $ABCD$ s kratšou základňou CD a priesečníkom uhlopriečok E tak, aby platilo $|BC| = |CD|$ a $|AE| = r$. (P. Leischner)