

2000/2001
50. ročník MO

Zadania úloh krajského kola kategórie B

(Súťaž sa konala v utorok 27. marca 2001.)

1. Určte všetky reálne čísla p také, že pre ľubovoľné kladné čísla x, y platí nerovnosť

$$\frac{x^3 + py^3}{x + y} \geq xy.$$

(J. Bábeľa)

2. Daný je trojuholník ABC . Zostrojte rovnobežník $KLMN$ tak, aby jeho vrcholy K a L ležali na strane AB , vrchol M na strane BC , vrchol N na strane AC a aby trojuholníky AKN , LBM a NMC mali rovnaké obsahy. (J. Šimša)

3. Určte všetky prirodzené čísla n , pre ktoré je podiel

$$\frac{(n^2)_{10}}{(n_{10})^2}$$

celé číslo. Zápis z_{10} označuje číslo, ktoré vznikne zaokrúhlením čísla z na desiatky.

(S. Bednářová)

4. Nájdite všetky ostrouhlé trojuholníky ABC , ktorých ťažisko T splýva s priesečníkom výšok trojuholníka PQR , pričom body P, Q, R sú postupne priesečníky polpriamok opačných k polpriamkam TA, TB, TC s kružnicou opísanou trojuholníku ABC .

(J. Földes)