

2000/2001
50. ročník MO

Zadania úloh krajského kola kategórie C

(Súťaž sa konala v utorok 27. marca 2001.)

1. Nájdite všetky dvojice prirodzených čísel a, b , pre ktoré platí

$$a + b + D(a, b) + n(a, b) = 50,$$

kde $D(a, b)$ označuje najväčší spoločný deliteľ a $n(a, b)$ najmenší spoločný násobok prirodzených čísel a, b . (J. Šimša)

2. Kružnice $k(S, r)$ a $l(O, R)$ sa zvonku dotýkajú v bode T . Ich spoločná dotyčnica v bode T pretína ich vonkajšiu spoločnú dotyčnicu v bode M . Dokážte, že trojuholník SOM je pravouhlý a vyjadrite jeho obsah pomocou polomerov r, R daných kružníc. (P. Leischner)

3. Nájdite všetky dvojice kladných čísel x, y , ktoré sú riešením sústavy rovníc

$$x \cdot y_{10} = 195,6,$$

$$y \cdot x_{10} = 241,7.$$

Zápis z_{10} označuje číslo, ktoré vznikne zaokrúhlením čísla z na desiatky.

(S. Bednářová)

4. Zostrojte taký trojuholník ABC , pre ktorý platí, že výška a ťažnica z vrcholu C delia ťažnicu z vrcholu A na tri zhodné úsečky, ak je daná dĺžka strany AB a veľkosť výšky z vrcholu C . (J. Földes)