

1999/2000

49. ročník MO

Zadania úloh domáceho kola kategórie C

(Termín odovzdania: v utorok 11. januára 2000.)

1. Pri delení istého prirodzeného čísla číslami 19 a 99 dostaneme ako zvyšky dve prvočísla. Súčet oboch neúplných podielov sa rovná 1999. Určte delené číslo.

(J. Šimša)

2. Nájdite všetky pravouhlé trojuholníky, v ktorých spojnice stredov vpísanej a opísanej kružnice zvierajú s preponou uhol 45° .

(M. Kráľová)

3. Zistite najmenšie prirodzené číslo k , pre ktoré platia jednotlivé tvrdenia a), b) a c): Ak obsadíme figúrkami ľubovoľných k polí šachovnice 8×8 , budú obsadené niektoré

- a) tri susedné polia niektorého riadku,
- b) tri susedné polia niektorého šikmého radu,
- c) štyri susedné polia niektorého riadku alebo stĺpca.

Šikmým radom rozumieme takú skupinu polí, ktorých uhlopriečky jedného z oboch smerov ležia na jednej a tej istej priamke.

(J. Šimša)

4. Juro zhotovil papierový model pravidelného štvorbokého ihlana $ABCDV$ s podstavou $ABCD$. Keď potom model rozrezal pozdĺž štyroch hrán, bolo ho možné rozvinúť (bez prekrytia) do roviny. Koľko rôznych sietí daného ihlana tak mohol Juro dostať? Ukázalo sa, že sieť, ktorú Juro dostal, mala tvar (nekonvexného) sedemuholníka. Vypočítajte uhol AVB v bočnej stene ihlana.

(P. Leischner)

5. V číselnom výraze

$$+1 + 2 + 3 - 4 - 5 - 6 + 7 + 8 + 9 - 10 - 11 - 12 + \dots + 595 + 596 + 597 - 598 - 599 - 600),$$

v ktorom chýba ľavá zátvorka, sú postupne vypísané všetky prirodzené čísla od 1 do 600; pred nimi sa pravidelne opakujú tri znamienka $+$ a tri znamienka $-$. Doplňte ľavú zátvorku do výrazu tak, aby vyšiel výsledok 378.

(P. Černek)

6. Daný je pravidelný šesťuholník $KLMNOP$. Zostrojte pravouhlý trojuholník ABC s preponou AB tak, aby jeho vrchol C ležal na úsečke NP , body M , O , K ležali postupne na priamkach AB , BC , CA a aby priamka NP rozdelila trojuholník ABC na dve časti s rovnakým obsahom.

(K. Černeková)