1999/2000
49. ročník MO *Zadania úloh školského kola kategórie A*

(*Súťaž sa konala v utorok 7. decembra 1999.*)

1. Určte, pre ktoré reálne čísla p má sústava rovníc

$$(x-y)^2 = p^2,$$
$$x^3 - y^3 = 16$$

práve jedno riešenie v obore reálnych čísel. (*J. Bábeľa*)

2. Je daný trojuholník ABC. Vnútri jeho strán BC, CA, AB uvažujme postupne body K, L, M také, že úsečky AK, BL, CM sa pretínajú v bode U. Ak trojuholníky AMU a KCU majú obsah P a trojuholníky MBU a CLU obsah Q, potom $P = Q$. Dokážte. (*J. Švrček*)

3. Určte najmenšie prirodzené číslo k, pre ktoré platí: Ak vyberieme ľubovoľných k rôznych čísel z množiny $\{1, 2, 3, \dots, 2\,000\}$, tak medzi vybranými číslami existujú dve, ktorých súčet alebo rozdiel je 667. (*J. Šimša*)