

2008/2009

58. ročník MO

Zadania úloh školského kola kategórie A

(Súťaž sa konala v utorok 2. decembra 2008.)

1. Zistite, pre ktoré dvojice kladných celých čísel m a n platí

$$\sqrt{m^2 - 4} < 2\sqrt{n} - m < \sqrt{m^2 - 2}.$$

(Jaromír Šimša)

2. Nech ABC je ostrohý trojuholník, v ktorom vnútorný uhol pri vrchole A má veľkosť 45° . Označme D päť výšky z vrcholu C . Uvažujme ďalej ľubovoľný vnútorný bod P výšky CD . Dokážte tvrdenie: Priamky AP a BC sú navzájom kolmé práve vtedy, keď úsečky AP a BC sú zhodné.

(Jaroslav Švrček)

3. Určte všetky prirodzené čísla, ktorými možno krátiť niektorý zo zlomkov tvaru

$$\frac{3p - q}{5p + 2q},$$

kde p a q sú nesúdeliteľné celé čísla.

(Vojtech Bálint)