

1999/2000

49. ročník MO

Zadania úloh krajského kola kategórie C

(Súťaž sa konala v utorok 28. marca 2000.)

1. Z dreva je vyrobených šesť zhodných pravidelných štvorbokých ihlanov a kocka. Stena kocky je zhodná s podstavami ihlanov. Určte pomer povrchu kocky a telesa, ktoré vznikne zlepením podstáv ihlanov so stenami kocky, ak je pomer objemov týchto telies 1 : 2. (P. Leischner)

2. Milan zapísal za seba niekoľko prvých prirodzených čísel, vynechal pri tom len čísla 4, 9, 14, 19, 24, 29, ... Potom medzi zapísané čísla vpísal striedavo znaky mínus a plus, takže dostal výraz

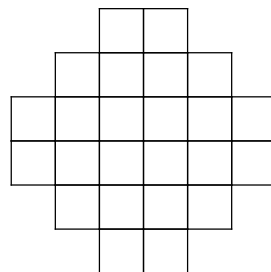
$$1 - 2 + 3 - 5 + 6 - 7 + 8 - 10 + 11 - 12 + 13 - 15 + \dots$$

Nakoniec ešte vpísal ľavú zátvorku za každý znak mínus a rovnaký počet pravých zátvoriek zapísal až na koniec výrazu:

$$1 - (2 + 3 - (5 + 6 - (7 + 8 - (10 + 11 - (12 + 13 - (15 + \dots))))))$$

Výsledný výraz mal hodnotu 103. Koľko čísel bolo v Milanovom výraze? (Zistite všetky možnosti.) (P. Černek)

3. Aký najväčší počet figúrok je možné rozostaviť na jednotlivé polia hracej dosky



Obr. 1

z obr. 1 tak, aby v žiadnom šikmom rade neboli figúrkami obsadené žiadne tri susedné polia? Nezabudnite zdôvodniť, prečo väčší počet figúrok takto rozostaviť nemožno. (Šikmým radom rozumieme takú skupinu polí, ktorých uhlopriečky jedného z oboch smerov ležia na jednej priamke. (J. Bábeľa)

4. V rovine sú dané body A, L, M také, že $|AL| = 6,3$ cm, $|AM| = 5,6$ cm, $|LM| = 1,8$ cm. Zostrojte lichobežník $ABCD$, ktorému sa dá vpísať kružnica, ktorá sa dotýka ramena BC v bode L a základne CD v bode M (body dotyku so základňou AB a ramenom AD lichobežníka $ABCD$ nie sú dané). (J. Šimša)