

2008/2009
58. ročník MO

Zadania úloh školského kola kategórie B

(Súťaž sa konala vo štvrtok 22. januára 2009.)

1. V obore reálnych čísel riešte sústavu rovníc

$$\begin{aligned}ax + y &= 2, \\x - y &= 2a, \\x + y &= 1\end{aligned}$$

s neznámymi x , y a reálnym parametrom a .

(Jaroslav Švrček)

2. Pre vnútorný bod P strany AB ostrouhlého trojuholníka ABC označme K a L päty kolmíc z bodu P na priamky AC a BC . Zostrojte taký bod P , pre ktorý priamka CP rozpoľuje úsečku KL .

(Pavel Calábek)

3. Číslo nazveme *magickým* práve vtedy, keď sa dá vyjadriť ako súčet trojciferného čísla m a trojciferného čísla m' zapísaného rovnakými číslicami v opačnom poradí. Niektoré magické čísla možno takto vyjadriť viacerými spôsobmi; napríklad $1554 = 579 + 975 = 777 + 777$. Určte všetky magické čísla, ktoré majú takých vyjadrení $m + m'$ čo najviac. (Na poradie m a m' neberieme ohľad.)

(Aleš Kobza)