

2008/2009

58. ročník MO

Zadania úloh školského kola kategórie C

*(Súťaž sa konala vo štvrtok 22. januára 2009.)*

1. Dokážte, že pre ľubovoľné nezáporné čísla  $a, b, c$  platí

$$(a + bc)(b + ac) \geq ab(c + 1)^2.$$

Zistite, kedy nastane rovnosť.

*(Jaromír Šimša)*

2. V pravouhlom trojuholníku  $ABC$  označíme  $P$  päť výšky z vrcholu  $C$  na preponu  $AB$ . Priesečník úsečky  $AB$  s priamkou, ktorá prechádza vrcholom  $C$  a stredom kružnice vpísanej trojuholníku  $PBC$ , označíme  $D$ . Dokážte, že úsečky  $AD$  a  $AC$  sú zhodné.

*(Pavel Leischner)*

3. Keď isté dve prirodzené čísla v rovnakom poradí sčítame, odčítame, vydělíme a vynásobíme a všetky štyri výsledky sčítame, dostaneme 2009. Určte tieto dve čísla.

*(Vojtech Bálint)*