

**66. ročník Matematickej olympiády
2016/2017**

Riešenia úloh okresného kola kategórie Z6

Informácia pre okresnú komisiu MO:

Pri každej úlohe sa za akékoľvek úplné riešenie prideluje 6 bodov. Ak žiak rieši úlohu postupom, ktorý sa odlišuje od všetkých tu uvedených riešení, ale úlohu nevyrieši úplne, bodovacia schéma sa zvolí tak, aby čo najlepšie korešpondovala s návrhom hodnotenia tu uvedeným. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 9 alebo viac bodov.

Prosíme o zaslanie výsledkových listín okresných kôl predsedom KKMO alebo nimi poverenej osobe.

Upozorňujeme tiež na možnosť zverejniť výsledkovú listinu okresného kola na oficiálnej stránke Slovenskej komisie MO: skmo.sk. Stačí poslať výsledkovú listinu e-mailom na adresu skmo@skmo.sk v takom formáte, v akom si ju želáte zverejniť na internete. Na stránke skmo.sk/dokument.php?id=429 nájdete šablónu vo formáte Excelovskej tabuľky, ktorú môžete pri príprave výsledkových listín použiť. Nie je to však povinný formát, môžete použiť aj vlastný. Prosíme len, aby ste dodržali označenie poradia podľa nasledovného príkladu: Ak práve 5 žiakov dosiahne viac bodov ako žiak X.Y. a práve traja žiaci (vrátane X.Y.) dosiahnu rovnako veľa bodov ako X.Y., tak žiakovi X.Y. patrí v poradí 6. – 8. miesto, prípadne skráteno len 6. miesto. Analogickým postupom sa určuje umiestnenie všetkých žiakov. Inými slovami, napr. nepíšete pri žiakovi, že skončil na 2. mieste, ak pred ním skončili traja žiaci s plným počtom bodov a on má o jeden bod menej – v takom prípade mu patrí 4. miesto.

1. Na lúke sa zišli dve rodiny s celkom šiestimi deťmi, ktoré boli staré 2, 3, 4, 5, 6 a 8 rokov. Súčet vekov detí z jednej rodiny bol rovnaký ako súčet vekov detí z druhej rodiny. Aké staré mohli byť deti z každej rodiny? Určte všetky možnosti. (Erika Novotná)

Riešenie. Súčet vekov všetkých detí bol

$$2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 8 = 28,$$

teda súčet vekov detí z každej rodiny bol $28 : 2 = 14$.

Práve v jednej rodine bolo najstaršie – osemročné dieťa. Môžeme teda uvažovať, ako vyjadriť súčet 14 pomocou uvedených čísel tak, aby jeden zo sčítancov bol 8. To možno buď ako $14 = 8 + 6$, alebo $14 = 8 + 4 + 2$. Mohli teda nastať nasledujúce dve možnosti:

- deti z jednej rodiny boli staré 8 a 6 rokov, deti z druhej rodiny boli staré 5, 4, 3 a 2 roky,
- deti z jednej rodiny boli staré 8, 4 a 2 roky, deti z druhej rodiny boli staré 6, 5, a 3 roky.

Návrh hodnotenia. 2 body za určenie súčtu vekov detí z každej rodiny; po 2 bodoch za určenie každej z vyhovujúcich možností.

Riešenia s oboma možnosťami, ale bez akéhokoľvek zdôvodnenia hodnotíte nanajvýš 3 bodmi.

2. Pat a Mat kopali studňu. Prvý deň vykopal Pat jamu hlbokú 40 cm. Druhý deň pokračoval Mat a dokopal sa do trojnásobnej hĺbky. Tretí deň vykopal Pat toľko, koľko predchádzajúci deň vykopal Mat, a narazil na vodu. V tom okamihu bol povrch zeme 50 cm nad vrchom jeho hlavy. Určte, koľko cm meral Pat. (Monika Dillingerová)

Riešenie. Prvý deň Pat vykopal 40 cm.

Druhý deň sa Mat dokopal do $3 \cdot 40 = 120$ (cm), vykopal teda $120 - 40 = 80$ (cm).

Tretí deň vykopal Pat tiež 80 cm, dokopal sa do $120 + 80 = 200$ (cm). V tom okamihu bola jama o 50 cm väčšia ako on, Pat teda meral $200 - 50 = 150$ (cm).

Návrh hodnotenia. 2 body za hĺbku jamy druhý deň; 3 body za hĺbku jamy tretí deň; 1 bod za výšku Pata.

3. Traja záhradkári si pozvali oráča, aby im zoral ich pozemky. Oráč účtoval za každý zoraný meter štvorcový všetkým rovnakú cenu. Dokopy záhradkári zaplatili 57 €. Dva z pozemkov boli štvorcové, jeden bol obdĺžnikový. Plošný obsah obdĺžnikového pozemku bol 6 árov a jedna jeho strana merala 20 m. Dĺžka strany jedného štvorcového pozemku bola rovnaká ako dĺžka obdĺžnikového pozemku, dĺžka strany druhého štvorcového pozemku bola rovnaká ako šírka obdĺžnikového pozemku. Koľko zaplatil za zoranie každý zo záhradkárov? (Marie Krejčová)

Riešenie. Plocha obdĺžnikového pozemku bola 6 árov, t.j. 600 m^2 . Jedna jej strana merala 20 m, druhá preto merala $600 : 20 = 30$ (m). Strana jedného štvorcového pozemku bola dlhá 20 m, jeho plocha bola $20 \cdot 20 = 400$ (m^2), t.j. 4 áre. Strana druhého štvorcového pozemku bola dlhá 30 m, jeho plocha bola $30 \cdot 30 = 900$ (m^2), t.j. 9 árov.

Všetky tri pozemky mali dokopy $6 + 4 + 9 = 19$ (árov). Celkom záhradkári zaplatili 57 €, zoranie jedného áru teda vyšlo na $57 : 19 = 3$ €.

Záhradkár s obdĺžnikovým pozemkom zaplatil $6 \cdot 3 = 18$ €, záhradkár s menším štvorcovým pozemkom zaplatil $4 \cdot 3 = 12$ € a záhradkár s väčším štvorcovým pozemkom zaplatil $9 \cdot 3 = 27$ €.

Návrh hodnotenia. 1 bod za druhú stranu obdĺžnikového pozemku; 1 bod za plochy štvorcových pozemkov; 2 body za jednotkovú cenu orby; 2 body za platby jednotlivých záhradkárov.

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: Svetlana Bednářová, Alžbeta Bohiniková, L. Dedková, Monika Dillingerová, L. Hozová, Veronika Hucíková, Katarína Jasenčáková, Martin Kollár, M. Krejčová, M. Mach, Erika Novotná, K. Pazourek, M. Petrová, Oliver Ralík, E. Semerádová, Miroslava Smitková, L. Šimůnek, M. Volfová, V. Žádník

Recenzenti: Alžbeta Bohiniková, Svetlana Bednářová, Monika Dillingerová, Veronika Hucíková, Katarína Jasenčáková, Miroslava Smitková, Erika Novotná, Peter Novotný

Redakčná úprava: Peter Novotný

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2017