

2016/2017
66. ročník MO

Zadania úloh krajského kola kategórie C

(Súťaž sa konala v utorok 11. apríla 2017.)

1. Nájdite všetky mnohočleny $P(x) = ax^2 + bx + c$ s celočíselnými koeficientmi spĺňajúce

$$1 < P(1) < P(2) < P(3) \quad \text{a súčasne} \quad \frac{P(1) \cdot P(2) \cdot P(3)}{4} = 17^2.$$

(Tomáš Jurík)

2. Štvorcovú tabuľku 6×6 zaplníme všetkými celými číslami od 1 do 36.

a) Uveďte príklad takého zaplnenia tabuľky, že súčet každých dvoch čísel v rovnakom riadku či v rovnakom stĺpci je väčší ako 11.

b) Dokážte, že pri ľubovoľnom zaplnení tabuľky sa v niektorom riadku alebo stĺpci nájdú dve čísla, ktorých súčet neprevyšuje 12.

(Jaromír Šimša)

3. Dokážte, že obdĺžnik s rozmermi 32×120 sa dá zakryť siedmimi zhodnými štvorcami so stranou 30.

(Vojtech Bálint)

4. Dokážte, že pre všetky kladné reálne čísla $a \leq b \leq c$ platí

$$(-a + b + c) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \geq 3.$$

(Šárka Gergelitsová)