

2008/2009  
58. ročník MO

Zadania úloh krajského kola kategórie B

(Súťaž sa konala v utorok 7. apríla 2009.)

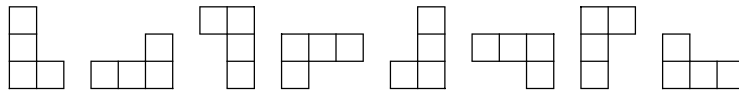
1. V obore reálnych čísel riešte sústavu rovníc

$$\begin{aligned}x + y &= 1, \\x - y &= a, \\-4ax + 4y &= z^2 + 4\end{aligned}$$

s neznámymi  $x$ ,  $y$ ,  $z$  a reálnym parametrom  $a$ .

(Jaroslav Švrček)

2. Na pláne  $5 \times 5$  hráme hru lode. Zo štyroch políčok plánu je vytvorená jedna loď niektorého z tvarov na obr. 1. Môžeme sa spýtať na ľubovoľné políčko plánu, a ak loď



Obr. 1

zasiahneme, hra končí.

- Navrhните osem políčok, na ktoré sa stačí spýtať, aby sme mali istotu zásahu lode.
- Zdôvodnite, prečo žiadnych sedem otázok takú istotu nedáva. (Ján Mazák)

3. Je daný ostrouhlý trojuholník  $ABC$ , ktorý nie je rovnoramenný. Označme  $K$  priesečník osi uhla  $ACB$  s osou strany  $AB$ . Priamka  $CK$  pretína výšky z vrcholov  $A$  a  $B$  v bodoch, ktoré označíme postupne  $P$  a  $Q$ . Predpokladajme, že trojuholníky  $AKP$  a  $BKQ$  majú rovnaký obsah. Určte veľkosť uhla  $ACB$ . (Ján Mazák)

4. K ľubovoľnému prirodzenému číslu určíme jeho zvyšky po delení každým z desiatich prirodzených čísel  $2, 3, 4, \dots, 11$  a týchto desať zvyškov (niektoré môžu byť nulové) sčítame. Určte všetky také čísla menšie ako 25 000, ktoré majú uvedený súčet čo najmenší. (Nulu za prirodzené číslo nepovažujeme). (Jaromír Šimša)