

2017/2018  
67. ročník MO

Zadania úloh domáceho kola kategórie Z7

(Termín odovzdania: prvá trojica úloh v pondelok 11. 12. 2017,  
druhá trojica úloh v stredu 28. 2. 2018.)

1. Peter povedal Pavlovi: „Napíš dvojciferné prirodzené číslo, ktoré má tú vlastnosť, že keď od neho odčítaš dvojciferné prirodzené číslo s tými istými ciframi napísanými v opačnom poradí, dostaneš rozdiel 63.“ Ktoré číslo mohol Pavol napísať? Určte všetky možnosti.  
(Libuše Hozová)

2. Dané sú dve dvojice rovnobežných priamok  $AB \parallel CD$  a  $AC \parallel BD$ . Bod  $E$  leží na priamke  $BD$ , bod  $F$  je stredom úsečky  $BD$ , bod  $G$  je stredom úsečky  $CD$  a obsah trojuholníka  $ACE$  je  $20 \text{ cm}^2$ . Určte obsah trojuholníka  $DFG$ .

(Vladimíra Semeráková)

3. Zoologická záhrada ponúkala školským skupinám výhodné vstupné: každý piaty žiak dostáva vstupenku zdarma. Pán učiteľ 6.A spočítal, že ak kúpi vstupné deťom zo svojej triedy, ušetrí za štyri vstupenky a zaplatí 19,95 €. Pani učiteľka 6.B mu navrhla, nech kúpi vstupenky deťom oboch tried naraz, a tak budú platiť 44,10 €. Koľko detí z 6.A a koľko detí z 6.B išlo do zoo? (Cena vstupenky v centoch je celočíselná.)

(Libor Šimůnek)

4. Na stole ležalo šesť kartičiek s ciframi 1, 2, 3, 4, 5, 6. Anežka z týchto kartičiek zložila šesťciferné číslo, ktoré bolo deliteľné šiestimi. Potom postupne odoberala kartičky sprava. Keď odobrala prvú kartičku, zostalo na stole päťciferné číslo deliteľné piatimi. Keď odobrala ďalšiu kartičku, zostalo štvorciferné číslo deliteľné štyrmi. Keď odobrala ďalej, získala postupne trojciferné číslo deliteľné tromi a dvojciferné číslo deliteľné dvoma. Ktoré šesťciferné číslo mohla Anežka pôvodne zložiť? Určte všetky možnosti.

(Lucie Růžičková)

5. Prokop zostrojil trojuholník  $ABC$ , ktorého vnútorný uhol pri vrchole  $A$  bol väčší ako  $60^\circ$  a vnútorný uhol pri vrchole  $B$  bol menší ako  $60^\circ$ . Juraj narysoval v polrovine určenej priamkou  $AB$  a bodom  $C$  bod  $D$ , a to tak, že trojuholník  $ABD$  bol rovnostranný. Potom chlapci zistili, že trojuholníky  $ACD$  a  $BCD$  sú rovnoramenné s hlavným vrcholom  $D$ . Určte veľkosť uhla  $ACB$ .

(Eva Semerádová)

6. Vodník Chaluha nalieval hmlu do rozmanitých, rôzne veľkých nádob, ktoré si starostlivo zoradil na polici. Pri nalievaní postupoval postupne z jednej strany, žiadnu nádobu nepreskakoval. Do každej nádoby sa vojde aspoň deciliter hmly. Keby nalieval hmlu sedemlitrovou odmerkou, hmla z prvej odmerky by naplnila presne 11 nádob, hmla z druhej odmerky by naplnila presne ďalších 12 nádob a hmla z tretej odmerky by naplnila presne 7 nádob. Ak by použil päťlitrovú odmerku, tak hmla z prvej odmerky by naplnila presne 8 nádob, z druhej presne 10 nádob, z tretej presne 7 nádob a zo štvrtej odmerky presne 4 nádoby. Rozhodnite, či je tridsiata nádoba v poradí väčšia ako dvadsať piata.

(Karel Pazourek)