

2017/2018  
67. ročník MO

Zadania úloh školského kola kategórie B

(Súťaž sa konala v utorok 30. januára 2018.)

1. Uveďte príklad mnohočlena najnižšieho možného kladného stupňa, ktorý po delení ako mnohočlenom  $x^2 - 4$ , tak mnohočlenom  $x^3 - 8x + 8$  dáva zvyšok 1. (Ján Mazák)
2. Daný je trojuholník  $ABC$  s vpísanou kružnicou  $k$ . Jej dotykové body na stranách  $AB$ ,  $BC$ ,  $CA$  označme postupne  $K$ ,  $L$ ,  $M$ . Nech  $E$ ,  $F$  sú postupne obrazy bodu  $K$  v stredových súmernostiach podľa stredov  $A$  a  $B$ . Priesečník priamok  $EM$  a  $FL$  označme  $U$ . Dokážte, že bod  $U$  leží na kružnici  $k$  a že priamky  $UK$  a  $AB$  sú navzájom kolmé. (Jaroslav Švrček, Jaroslav Zhouf)
3. Číslo 2018 sme rozložili na súčet niekoľkých prirodzených čísel a ich tretie mocniny sčítali. Aké zvyšky môže tento súčet dávať po delení šiestimi? (Vojtech Bálint)