

2017/2018
67. ročník MO

Zadania úloh krajského kola kategórie Z9

(Súťaž sa konala v utorok 27. marca 2018.)

1. Vo finále súťaže spoločenských tancov mal každý z dvadsiatich piatich porotcov ohodnotiť päť tanečných párov známkami 1 až 5 ako v škole, pričom každú známku musel použiť práve raz. Po súťaži bola zverejnená tabuľka s priemerami známok pre každý pár:

pár A	pár B	pár C	pár D	pár E
4,68	3,86	3,36	1,44	1,60

Vzápätí sa zistilo, že práve jeden z priemerov je v tabuľke uvedený zle. Zistite, ktorý priemer je chybný, a opravte ho.

Jedným z porotcov bol strýko tanečníka páru E. Páry však hodnotil čestne a bez zaujatosti nasledujúcim spôsobom: 1 pre D, 2 pre E, 3 pre B, 4 pre C a 5 pre A. Napriek tomu mu po vyhlásení opravených výsledkov vrtalo v hlave, či by býval mohol nepoctivým oznámkovaním posunúť pár E na prvé miesto. Zistite, či to mohol dokázať.

(Libor Šimůnek)

2. Každé z čísel a a b sa dá vyjadriť ako súčin troch prvočísel menších ako 10. Každé prvočíslo menšie ako 10 je prítomné v rozklade aspoň jedného z čísel a a b . Najväčší spoločný deliteľ čísel a a b je rovný najväčšiemu spoločnému deliteľovi čísel $\frac{a}{15}$ a b a súčasne dvojnásobku najväčšieho spoločného deliteľa čísel a a $\frac{b}{4}$. Určte čísla a a b .

(Eva Semerádová)

3. Na tajomnom ostrove žijú dva druhy domorodcov: jedni hovoria výlučne pravdu (pocivci), druhí stále klamú (klamári). Výskumníci tam stretli niekoľko skupín domorodcov a vždy sa každého zo skupiny spýtali, koľko je v ich skupine pocivcov.

- Ako odpovede od jednej štvorčlennej skupiny dostali všetky čísla rovnaké.
- Ako odpovede od druhej skupiny dostali čísla 0, 1, 3, 3, 3, 4.

Koľko pocivcov mohlo byť v jednej a koľko v druhej skupine? Určte všetky možnosti.

(Marta Volfová)

4. V kosoštvorci $ABCD$ so stranou dĺžky 4 cm a uhlopriečkou AC dĺžky 4 cm je bod K stredom strany BC . Ďalej sú zostrojené body L a M , ktoré tvoria spolu s bodmi D a K štvorec $KLMD$. Vypočítajte obsah štvorca $KLMD$.

(Lucie Růžičková)