



Slovenská komisia matematickej olympiády  
Fakulta PEDAS Žilinskej univerzity, Univerzitná 1, 010 26 Žilina

# **MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA**

**pre žiakov základných škôl  
a nižších ročníkov osemročných gymnázií**

**58. ročník, školský rok 2008/2009**

**Domáce kolo**

Milí žiaci,

máte radi zaujímavé matematické úlohy a chceli by ste si zasúťažiť v ich riešení? Ak áno, zúčastnite sa Matematickej olympiády (MO). Súťaž je dobrovoľná a nesúvisí s klasifikáciou z matematiky. Matematická olympiáda má niekoľko kategórií. V tomto letáku nájdete úlohy, ktoré sú určené žiakom základných škôl (ZŠ) a prvých štyroch ročníkov osemročných gymnázií (OG).

Kategória **Z9** je určená pre žiakov 9. ročníka ZŠ, 4. ročníka OG a 1. ročníka bilingválnych gymnázií.

Kategória **Z8** je určená len pre žiakov 8. ročníka ZŠ .

Kategória **Z7** je určená pre žiakov 7. ročníka ZŠ a 3. ročníka OG.

Kategória **Z6** je určená pre žiakov 6. ročníka ZŠ a 2. ročníka OG.

Kategória **Z5** je určená pre žiakov 5. ročníka ZŠ a 1. ročníka OG.

Kategória **Z4** je určená pre žiakov 4. ročníka ZŠ.

So súhlasom svojho učiteľa matematiky môžete súťažiť aj v niektorej kategórii určenej pre vyšší ročník (aj v kategórii **Z8**), alebo v kategóriách **A, B, C**, ktoré sú určené pre žiakov stredných škôl (tie úlohy sú uverejnené v letákoch MO pre stredné školy).

### Priebeh súťaže

Kategória **Z4** pozostáva z domáceho a školského kola, kategórie **Z5, Z6, Z7, Z8** z domáceho a okresného kola, kategória **Z9** z domáceho, okresného a krajského kola.

V rámci domáceho kola riešite 6 úloh, ktoré sú v tomto letáku. **Riešenia úloh odovzdajte svojim učiteľom matematiky najneskôr v týchto termínoch:**

kategória	jedna trojica úloh	druhá trojica úloh
<b>Z4, Z5, Z9</b>	10. november 2008	15. december 2008
<b>Z6, Z7, Z8</b>	15. december 2008	2. marec 2009

Vaši učitelia vám riešenia opravujú a ohodnotia podľa stupnice: 1 - *výborne*, 2 - *dobré*, 3 - *nevyhovuje*.

Úspešným riešiteľom domáceho kola sa stáva žiak, ktorý bude mať ohodnotenú aspoň štyri úlohy stupňom aspoň *dobré*. Práce všetkých úspešných riešiteľov kategórií **Z5 - Z9** zašle vaša škola okresnej komisii MO. Tá z nich vyberie najlepších riešiteľov a pozve ich do okresného kola. V rámci neho riešite úlohy podobného rázu ako v domácom kole, avšak klauzúrne, to znamená, že nemôžete využívať cudziu pomoc a na riešenie máte k dispozícii **2** hodiny v kategóriách **Z5, Z6, Z7, Z8** a **4** hodiny v kategórii **Z9**.

V kategórii **Z4** sa úspešní riešitelia domáceho kola zúčastnia školského klauzúrneho kola. Najlepší riešitelia okresného kola kategórie **Z9** budú pozvaní do krajského kola.

## Termíny 58. ročníka Matematickej olympiády:

<i>kategória</i>	<i>II. kolo</i>	<i>III. kolo</i>
Z4	22. január 2009	-----
Z5	21. január 2009	-----
Z6-Z8	8. apríl 2009	-----
Z9	21. január 2009	25. marec 2009

### ***Pokyny a rady súťažiacim***

Riešenie súťažných úloh vypracujte čitateľne na listy formátu A4. Každú úlohu začnite na novom liste a uveďte vľavo hore záhlavie podľa vzoru:

Jozef Plachý, 7.C

ZŠ Hodžova ul. 5, 949 01 Nitra

Úloha Z7-I-2

**Riešenie píšete tak, aby bolo možné sledovať váš myšlienkový postup, podrobne vysvetlite, ako ste uvažovali. Uvedomte si, že sa hodnotí nielen výsledok, ku ktorému ste došli, ale hlavne správnosť úvah, ktoré k nemu viedli.** Práce, ktoré nebudú spĺňať tieto podmienky, alebo budú odovzdané po termíne, nebudú do súťaže prijaté.

Veľa radosti z úspešného riešenia úloh MO prajú

RNDr. Monika Dillingerová, PhD.

SK MO, vedúca sekcie Z

doc. RNDr. Vojtech Bálint, CSc.

predseda SK MO

*Archív zadaní a riešení úloh MO nájdete na internetových stránkach:*

<http://www.iuventa.sk>

<http://pppnnn.webpark.sk/mo.htm>

<http://matematika.webpark.sk>

## KATEGÓRIA Z4

### Z4-I-1

Na stole so štvorcovou doskou o strane 1 m bola „trochu nakrivo“ umiestnená kruhová dečka. Od najbližšej strany dosky stola bol jej kraj vzdialený 10 cm, od susednej strany potom 20 cm a od najvzdialenejšej strany 40 cm.

- Ako ďaleko bol okraj dečky od štvrtej strany dosky stola?
- Aký polomer mala dečka?

*S. Bednářová*

### Z4-I-2

Jožo Nudilsa sa zabával tým, že písal za sebou postupne prirodzené čísla. Začal jednotkou: 1234567891011... Po čase ho to prestalo baviť a kriticky sa pozrel na svoj výtvar. Zistil, že v postupnosti číslíc, ktoré napísal, sa vyskytujú iba raz tri päťky priamo za sebou.

- Najmenej koľko za sebou idúcich prirodzených čísel napísal Jožo?
- Najmenej koľko číslíc napísal Jožo?

*S. Bednářová*

### Z4-I-3

Bývam v Tomášovciach, ale pracujem v Rimavskej Sobote. Autobus, ktorým do práce cestujem, má nasledujúce zastávky (v uvedenom poradí): Tomášovce, Bátka, Rokytník, Bátka, Bakta, Vinica, Rimavská Sobota.

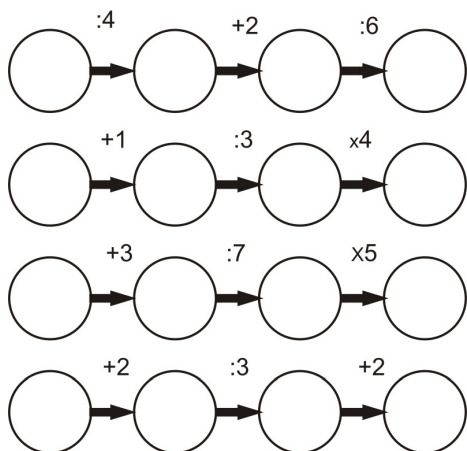
Z Bátky do Rimavskej Soboty cez Baktu a Vinicu je to po ceste 11 km, z Rokytníka cez Bátku a Baktu do Vinice 12 km, z Bátky cez Baktu do Vinice 9 km. Z Tomášoviec do Bátky je to rovnako ďaleko ako z Vinice do Rimavskej Soboty.

- Koľko km prejde autobus z Tomášoviec do Rimavskej Soboty touto trasou?
- Koľko km by to bolo z Tomášoviec do Rimavskej Soboty, keby autobus nezachádzal do Rokytníka?

*S. Bednářová*

### Z4-I-4

Doplň do prázdnych políčok prirodzené čísla od 1 do 16 (každé číslo môžeš použiť len raz) tak, aby platili matematické vzťahy.



*M. Smitková*

**Z4-I-5**

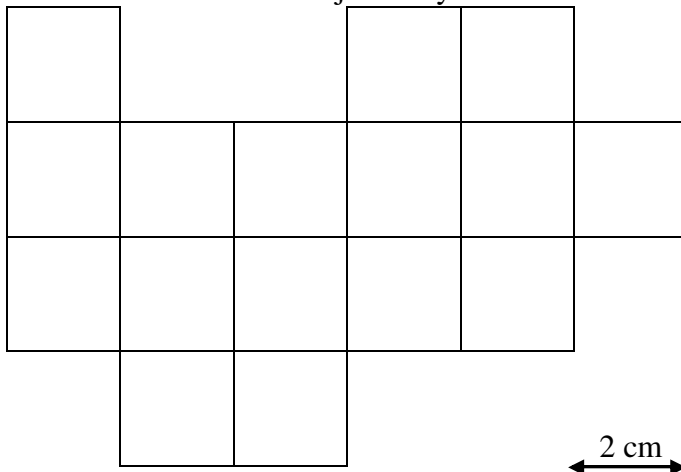
Paľko s Radkou si kupujú spolu cukríky. Pri poslednom nákupe platil Paľko 92 Sk za 5 balení z dvoch druhov cukríkov. Sám si vzal z každého druhu po jednom balení a Radka dostala jedno balenie gumených a dve balenia čokoládových cukríkov. Jej nákup bol tak o 20 Sk drahší ako Paľkov.

- Koľko korún má za nákup dať Radka Paľkovi?
- Koľko stojí jedno balenie gumených cukríkov?

*M. Dillingerová*

**Z4-I-6**

Danko si zo štvorčekovej siete vystrihol útvar ako na obrázku:



Odstrihni dva štvorčeky siete tak, aby sa výsledný útvar nerozpadol a aby mal čo najväčší obvod.  
Nájdí dve riešenia.

*M. Dillingerová*

## KATEGÓRIA Z5

### Z5-I-1

Učiteľka Kadrnožková kupovala v pokladni zoologickej záhrady vstupenky pre svojich žiakov a pre seba. Vstupenka pre dospelého bola drahšia ako pre školáka, ale nie viac ako dvakrát. Učiteľka Kadrnožková zaplatila 994 Sk. Učiteľ Hniezdo mal so sebou o troch žiakov viac ako učiteľka Kadrnožková, a za svojich žiakov a za seba zaplatil 1120 Sk.

- Koľko žiakov mal so sebou učiteľ Hniezdo?
- Koľko stála vstupenka pre dospelého?

*L. Šimůnek*

### Z5-I-2

Fero Nudilsa sa zabával tým, že písal za sebou idúce prirodzené čísla. Začal jednotkou: 1234567891011... Po čase ho to prestalo baviť, dokončil práve rozpísané číslo a kriticky sa pozrel na svoj výtvor. Zistil, že v postupnosti číslíc, ktoré napísal, sa vyskytuje päť jednotiek za sebou.

- Najmenej koľko za sebou idúcich prirodzených čísel napísal Fero?
- Najmenej koľko číslíc napísal Fero?

*S. Bednářová*

### Z5-I-3

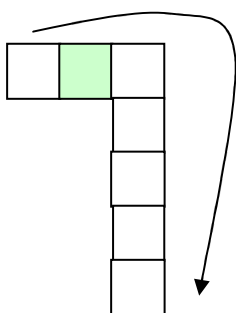
Najvyššia známa sopka na zemeguli je Mauna Kea na Havajských ostrovoch. Jej výška od úpätia po vrchol je dokonca o 358 metrov väčšia, ako je nadmorská výška najvyššej hory sveta, Mont Everestu. Nedvíha sa však z pevniny, ale z dna Tichého oceánu, z 5000 metrovej hĺbky. Keby morská hladina v tejto oblasti klesla o 397 metrov, bola by ponorená časť Mauna Kea presne rovnako vysoká, ako časť, ktorá by vyčnievala nad hladinu.

- Akú nadmorskú výšku má vrchol sopky?
- Koľko meria Mauna Kea od úpätia po vrchol?
- Akú nadmorskú výšku má Mont Everest?

(Údaje o nadmorských výškach uvádzané v rôznych literatúrach sa môžu líšiť. Je to spôsobené jednak nepresnosťami niektorých meraní, jednak pohybmi zemskej kôry – tieto výšky sa skutočne menia! Pri riešení úlohy preto vychádzaj len z údajov uvedených v úlohe.)

*S. Bednářová*

### Z5-I-4



Klasická hracia kocka sa kotúľala naznačeným smerom po pláne na obrázku. Pri jej pohybe na každom políčku ostali otlačené bodky zo steny, ktorou sa plánu dotýkala. Súčet všetkých bodiek otlačených na pláne bol 23. Koľko bodiek bolo otlačených na zafarbenom políčku?

(Klasická hracia kocka má na stenách bodky 1, 2, ..., 6 umiestnené tak, že súčet počtu bodiek na protíahlých stenách je 7. Plán pozostáva zo štvorcov, ktoré sú rovnako veľké ako steny kocky.)

*M. Dillingerová*

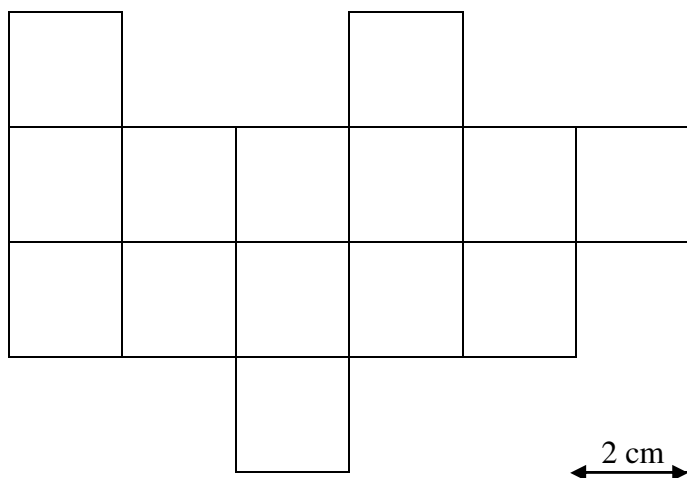
### Z5-I-5

Digitálne hodiny ukazujú hodiny a minúty, napríklad 14:37. Akú dobu (v minútach) svieti za 24 hodín na týchto hodinách aspoň jedna päťka?

*M. Volfová*

**Z5-I-6**

Danko si zo štvorčkovej siete vystrihol útvar ako na obrázku:



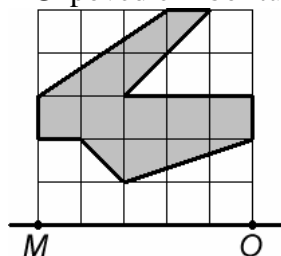
Odstrihni dva štvorčky siete tak, aby sa výsledný útvar nerozpadol a aby mal čo najväčší obvod. Nájdi všetky riešenia.

*M. Dillingerová*

## KATEGÓRIA Z6

### Z6-I-1

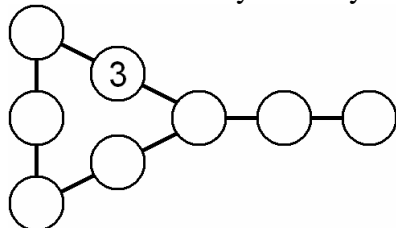
Na obrázku je štvorcová sieť, ktorej štvorce majú stranu dĺžky 1 cm. V sieti je zakreslený obrazec vyfarbený šedou. Libor má narysovať priamku, ktorá je rovnobežná s priamkou  $MO$  a rozdeľuje šedý obrazec na dve časti s rovnakým obsahom. V akej vzdialenosti od priamky  $MO$  povedie Libor túto rovnobežku?



*L. Šimůnek*

### Z6-I-2

Do prázdnych polí vpíšte čísla 2, 4, 6, 8, 12, 14 a 21 tak, aby každé tri čísla napísané na jednej úsečke dávali vždy rovnaký súčin. Napíšte svoj postup.



*L. Šimůnek*

### Z6-I-3

Bé-banka vydáva bankomatové karty so štvormiestnym PIN kódom, ktorý neobsahuje číslicu 0. Pán Skleróza sa bál, že zabudne PIN kód svojej karty, preto si ho napísal priamo na kartu. Aby to však prípadný zloděj nemal také ľahké, napísal si ho tam rímskymi číslicami: IIIVIIIIV. Svoj nápad prezradil najlepšiemu priateľovi, pánovi Odkukalovi. Tomu sa nápad tak zapáčil, že spravil so svojím PIN kódom to isté a na kartu si správne zapísal: IVIIIIVI. Na svoje veľké prekvapenie však z rímskeho zápisu nevedel svoj PIN kód presne určiť!

- Aký PIN kód má karta pána Sklerózu?
- Aký PIN kód môže mať karta pána Odkukala?

*S. Bednářová*

### Z6-I-4

Načrtni všetky možné tvarovo rôzne štvoruholníky, ktoré majú vrcholy vo vrcholoch daného pravidelného šesťuholníka. Aké by boli ich obsahy, keby šesťuholník mal obsah  $156 \text{ cm}^2$ ?

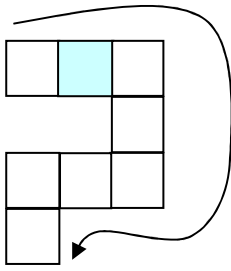
*M. Volfová*

### Z6-I-5

Pani Kučerová bola na sedemdennej dovolenke a Katka jej po celý ten čas venčila psa a krmila králiky. Dostala za to veľkú tortu a 700 Sk. Po ďalšej dovolenke podľa rovnakých pravidiel dostala Katka za štyri dni venčenia a kŕmenia rovnakú tortu a 340 Sk. Akú cenu mala torta?

*M. Volfová*



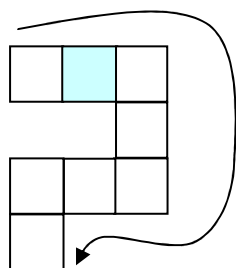
**Z6-I-6**

Na každú stenu kocky sme napísali iné prvočíslo menšie ako 20 tak, aby súčty dvoch čísel na protiľahlých stenách boli vždy rovnaké. Kocku sme položili na prvé políčko plánu na obrázku najmenším číslom nadol a potom sme ju kotúľali naznačeným smerom po pláne. Pri každom dotyku kocky s plánom sme na políčko plánu napísali číslo, ktorým sa ho kocka dotkla. Ktorým číslom sa kocka dotkla zafarbeného políčka plánu, ak súčet všetkých napísaných čísel bol najmenší možný?  
(Plán pozostáva zo štvorcov, ktoré sú rovnako veľké ako steny kocky.)

*M. Dillingerová*

## KATEGÓRIA Z7

### Z7-I-1



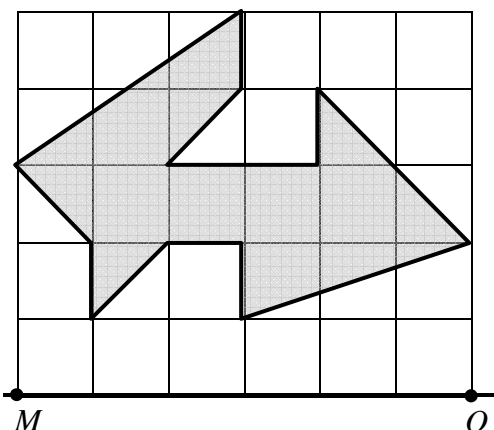
Na každú stenu kocky sme napísali iné prvočíslo menšie ako 20 tak, aby súčet dvoch čísel na protiľahlých stenách bol vždy rovnaký. Kocku sme položili na prvé políčko plánu na obrázku najväčším číslom nadol a potom sme ju kotúľali naznačeným smerom po pláne. Pri každom dotyku kocky s plánom sme na políčko plánu napísali číslo, ktorým sa ho kocka dotkla. Ktorým číslom sa kocka dotkla zafarbeného políčka, ak súčet všetkých napísaných čísel bol najväčší možný?

(Plán pozostáva zo štvorcov, ktoré sú rovnako veľké ako steny kocky.)

*M. Dillingarová*

### Z7-I-2

Na obrázku je štvorcová sieť, ktorej štvorce majú stranu dĺžky 1 cm. V sieti je zakreslený obrazec vyfarbený šedou. Libor má narysovať priamku, ktorá je rovnobežná s priamkou  $MO$  a rozdeľuje šedý obrazec na dve časti s rovnakým obsahom. V akej vzdialenosti od priamky  $MO$  povedie Libor túto rovnobežku?



*L. Šimůnek*

### Z7-I-3

Turisti plánovali dlhú túru na tri dni tak, že každý deň prejdú tretinu celej trasy. To však dodržali iba prvý deň. Druhý deň prešli iba tretinu zvyšku cesty, a tretí deň, unavení, len štvrtinu zvyšku. Posledných 24 km do cieľa ich doviezlo terénne auto. Aká dlhá mala byť celá túra a koľko kilometrov prešli (pešo) prvý, druhý a tretí deň?

*M. Volfová*

### Z7-I-4

Pán Horák je o 3 roky starší ako jeho žena a ich prvorodený syn je o 4 roky starší ako ich druhorodený. Všetci štyria oslavujú narodeniny v ten istý deň a teraz majú spolu 81 rokov. Pred 5 rokmi mali spolu 62 rokov. Urči dnešný vek rodičov aj oboch synov.

*M. Volfová*

**Z7-I-5**

Zuzka napísala päťciferné číslo. Keď pripísala jednotku na koniec tohto čísla, dostala číslo, ktoré je trikrát väčšie ako číslo, ktoré by dostala, keby napísala jednotku pred pôvodné číslo. Ktoré päťciferné číslo Zuzka napísala?

*L. Hozová*

**Z7-I-6**

Daný je obdĺžnik  $ABCD$ . Bodom  $A$  vedieme priamku, ktorá pretne úsečku  $CD$  v bode  $X$  tak, že pre obsahy vzniknutých útvarov platí  $S_{AXD} : S_{ABCX} = 1 : 2$ . Bodom  $X$  vedieme priamku, ktorá pretne úsečku  $AB$  v bode  $Y$  tak, že platí  $S_{AXY} : S_{YBCX} = 1 : 2$ . Bodom  $Y$  opäť vedieme priamku, ktorá pretne úsečku  $XC$  v bode  $Z$  tak, že platí  $S_{XYZ} : S_{YBCZ} = 1 : 2$ .

Vypočítaj pomer obsahov  $S_{AXD} : S_{AXZY}$ .

*M. Dillingerová*

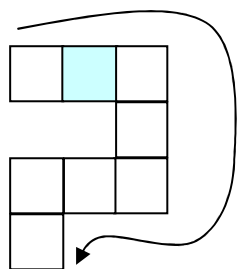
## KATEGÓRIA Z8

### Z8-I-1

Myslím si nezáporné číslo v tvare zlomku s menovateľom 12 a celočíselným čitateľom. Keď ho napíšem v tvare desatinného čísla, bude mať pred aj za desatinnou čiarkou po jednej platnej číslici, ktoré budú obe nenulové. Čísel s takouto vlastnosťou je viac. Ak ich zoradíme od najmenšieho po najväčšie, to „moje“ bude predposledné. Aké číslo si myslím?

*S. Bednářová*

### Z8-I-2



Na každú stenu kocky sme napísali iné prvočíslo menšie ako 20 tak, aby súčty dvoch čísel na protiahlých stenách boli vždy rovnaké. Kocku sme položili na prvé políčko plánu na obrázku a potom sme ju kotúľali naznačeným smerom po pláne. Pri každom dotyku kocky s plánom sme na odpovedajúce políčko plánu napísali číslo, ktorým sa ho kocka dotkla. Ktorým svojim číslom sa kocka plánu nedotkla, ak súčet všetkých napísaných čísel bol 86?

(Plán pozostáva zo štvorcov, ktoré sú rovnako veľké ako steny kocky.)

*M. Dillingerová*

### Z8-I-3

Grafik v redakcii novín dostal dva obrázky, aby ich umiestnil k článku. Prvý originál bol 13 cm široký a 9 cm vysoký, druhý mal šírku 14 cm a výšku 12 cm. Grafik sa rozhodol umiestniť obrázky na stránku vedľa seba tak, aby sa dotýkali a aby oba mali rovnakú výšku. Po vytlačení novín mali obrázky spolu šírku 18,8 cm. Obrázky teda vhodne zmenšil bez toho, aby ich akokoľvek orezával. Aká bola výška obrázkov vo vytlačení novinách?

*L. Šimůnek*

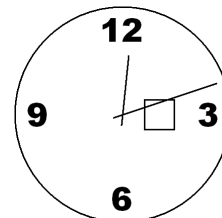
### Z8-I-4

Dané sú tri vzájomne rôzne nenulové číslice. Na tabuľu sme napísali všetky rôzne trojčiferné čísla, ktoré sa dajú z uvedených číslic vytvoriť, pričom pre každé číslo sme použili všetky tri číslice. Súčet čísel napísaných na tabuľi je 1776. Ktoré tri číslice boli dané? Nájdite všetky riešenia.

*L. Šimůnek*

### Z8-I-5

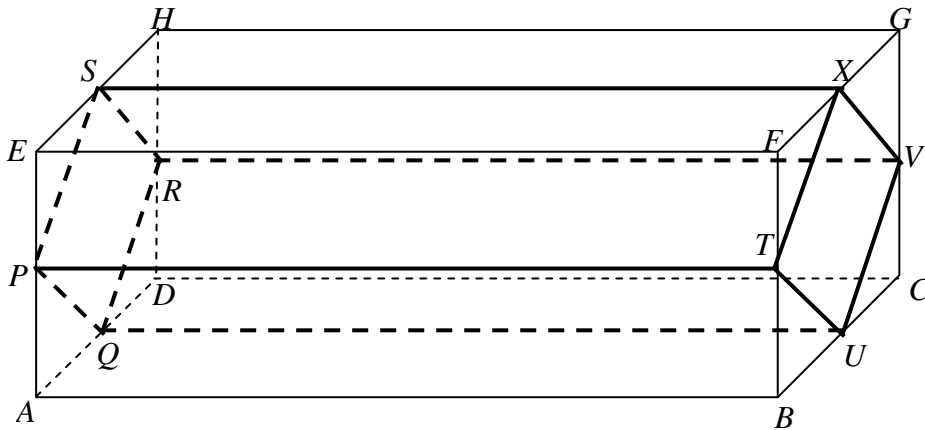
Na veži radnice sú hodiny, ktoré majú blízko stredu ciferníku dvierka používané pri údržbe. Dvierka sa otvárajú von, čo je nepraktické – napríklad presne o 12:09 veľká ručička zakryje dvierka, ktoré sa preto nedajú otvoriť. Najskôr sa dvierka opäť dajú otvoriť presne o 12:21. Koľko minút denne sa dvierka nedajú otvoriť? (Nezabudnite, že dvierka môže zakryť aj malá ručička; celé dvierka ležia v kruhu, ktorý táto ručička opisuje.)



*L. Šimůnek*

### Z8-I-6

Do kvádra  $ABCDEFGH$  je zakreslený hranol s vrcholmi  $PQRSTUVX$ , ktorého vrcholy sú stredy hrán kvádra (pozri náčrtok). Vypočítajte objem a povrch hranola, ak viete, že:  $|AB| = 8$  cm,  $|BC| = 6$  cm,  $|BF| = 4$  cm.

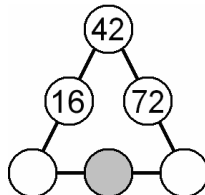


M. Krejčová

## KATEGÓRIA Z9

### Z9-I-1

Do troch prázdnych krúžkov na obrázku patria také prirodzené čísla, aby súčin troch čísel na každej strane trojuholníka bol rovnaký. Ktoré najmenšie a ktoré najväčšie číslo môže byť za tejto podmienky vpísané v šedo vyfarbenom krúžku?

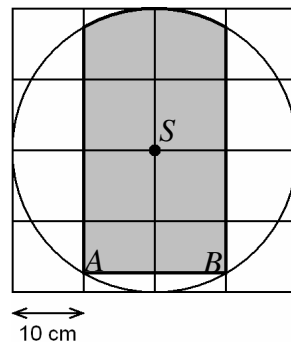


L. Šimůnek

### Z9-I-2

Alena, Barbora, Cyril a Dávid si spoločne kúpili tandem – bicykel pre dvoch. Na vychádzky na tandeme vyrážajú vždy v dvojici. Každý bol s každým už aspoň raz a nikto iný sa na tandeme ešte neviezol. Alena bola na vychádzke na tandeme jedenásťkrát, Barbora dvadsaťkrát, Cyril iba štyrikrát. Určte, koľkokrát minimálne a koľkokrát maximálne mohol byť na vychádzke na tandeme Dávid.

L. Šimůnek

**Z9-I-3**

Určte obsah vyfarbenej plochy štvorcovej siete so stranou 10 cm, v ktorej je narysovaná kružnica s polomerom 20 cm a so stredom  $S$  vo vyznačenom mrežovom bode. Body  $A$ ,  $B$  sú priesečníky kružnice so sieťovými priamkami.

*L. Šimůnek*

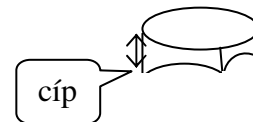
**Z9-I-4**

Dominik si vyrobil „prvočíselné domino“ – každá kocka domina mala na sebe jedno dvojciferné prvočíсло tak, že na každej polovici kocky bola jedna číslica tohto prvočísla. Žiadne dvojciferné prvočíсло v domine nechýbalo, žiadne prvočíсло nebolo na dvoch kockách. Dominik sa rozhodol, že všetky kocky usporiada do kružnice tak, aby kocky ležiace vedľa seba susedili rovnakou číslicou (pozri obrázok). Jeho kamarát Filip mu však povedal, že to nie je možné. Kto mal pravdu? Prečo?

*M. Petrová*

**Z9-I-5**

Na stole s kruhovou doskou o priemere 0,6 m je „nakrivo“ položený štvorcový obrus so stranou 1 m – jeho stred je vzhľadom na stred dosky posunutý. Jeden cíp obrusu prečnieva cez hranu dosky stola 0,5 m, susedný cíp 0,3 m. Zistite dĺžku presahu zvyšných dvoch cípov.



*S. Bednářová*

**Z9-I-6**

Štyria otcovia chceli deťom sponzorovať lyžiarsky zájazd.

Prvý sľúbil: dám 11 500 Sk,

druhý sľúbil: dám tretinu toho, čo vy ostatní spolu,

tretí sľúbil: ja dám štvrtinu toho, čo vy ostatní spolu,

štvrtý sľúbil: ja dám pätinu toho, čo vy ostatní spolu.

Koľko korún sľúbil druhý, tretí a štvrtý otecko?

*M. Volfová*

Na ukážku uvádzame **vzorové riešenie** jednej úlohy zo staršej olympiády:

### Úloha Z8-II-1.

Daný je obdĺžnik s celočíselnými dĺžkami strán. Ak zväčšíme jednu jeho stranu o 4 a druhú zmenšíme o 5, dostaneme obdĺžnik s dvojnásobným obsahom. Určte strany daného obdĺžnika. Nájdite všetky možnosti.

**Riešenie.** Dĺžky strán obdĺžnika označíme  $a, b$ . Nový obdĺžnik má dĺžky strán  $a + 4, b - 5$ . Podľa podmienky úlohy pre obsahy oboch obdĺžnikov platí:

$$2ab = (a + 4)(b - 5).$$

Postupne upravíme:  $ab - 4b + 5a = -20$

$$ab - 4b + 5a - 20 = -40$$

Odčítali sme 20, aby sme mohli ľavú stranu upraviť na súčin:

$$(a - 4)(b + 5) = -40.$$

Riešenie nájdeme rozkladom čísla  $-40$  na dva činitele. Pritom musí byť  $a > 0, b > 0$ , a teda  $a - 4 > -4, b + 5 > 5$ .

Sú dve také možnosti:  $(-2) \cdot 20 = -40$  a  $(-1) \cdot 40 = -40$ .

V prvom prípade dostaneme obdĺžnik o stranách  $a = 2, b = 15$  s obsahom  $S = 30$ . Nový obdĺžnik má potom strany  $a' = 6, b' = 10$  a obsah  $S' = 60$ , t.j.  $S' = 2S$ .

V druhom prípade dostaneme obdĺžnik so stranami  $a = 3, b = 35$  s obsahom  $S = 105$ . Nový obdĺžnik má potom strany  $a' = 7, b' = 30$  a obsah  $S' = 210 = 2S$ .

**Úloha má teda dve riešenia. Daný obdĺžnik môže mať strany buď 2 a 15 alebo 3 a 35.**

### Na záver jedna rada.

Úlohy nie sú ľahké. Nenechajte sa odradiť, keď neobjavíte hneď riešenie. Experimentujte, kreslite si, „hrajte sa“ s úlohou. Niekedy pomôže pozrieť sa do nejakej knižky, kde nájdete podobné úlohy vyriešené, inokedy sa môže stať, že zrazu o tri dni „z ničoho nič“ na riešenie prídete.

Súťaž vyhlasuje Ministerstvo školstva SR spolu s Jednotou slovenských matematikov a fyzikov. Súťaž riadi Slovenská komisia MO, v jednotlivých okresoch okresné komisie MO. Na jednotlivých školách súťaž zaisťujú učitelia matematiky.

**Vy sa vždy obracajte na svojho učiteľa matematiky.**

*Slovenská komisia matematickej olympiády*  
Fakulta PEDAS Žilinskej univerzity, Univerzitná 1, 010 26 Žilina

## **58. ROČNÍK MATEMATICKEJ OLYMPIÁDY**

Leták kategórií Z4 - Z9, domáce kolo

Autori úloh: PaedDr. S. Bednářová, PhD., RNDr. M. Dillingerová, PhD.,  
doc. RNDr. L. Hozová, CSc., Mgr. M. Krejčová, Mgr. M. Petrová,  
Mgr. M. Smitková, L. Šimůnek, doc. RNDr. M. Volfová, PhD.

**VDALA IUVENTA S FINANČNOU PODPOROU MINISTERSTVA ŠKOLSTVA SR**

**MIESTO A ROK VYDANIA: BRATISLAVA, 2008**

Náklad: 1000 výtlačkov

Neprešlo jazykovou úpravou

Grafická úprava: RNDr. M. Dillingerová, PhD.

Zodpovedný redaktor: Doc. RNDr. Vojtech Bálint, CSc.

© Slovenská komisia Matematickej olympiády, 2008