

2018/2019
68. ročník MO

Zadania úloh domáceho kola kategórie Z9

(Termín odovzdania: prvá trojica úloh vo štvrtok 15. 11. 2018,
druhá trojica úloh v pondelok 10. 12. 2018.)

1. Nájdite všetky kladné celé čísla x a y , pre ktoré platí

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4}.$$

(Alžbeta Bohiniková)

2. V rovnostrannom trojuholníku ABC je K stredom strany AB , bod L leží v tretine strany BC bližšie bodu C a bod M leží v tretine strany AC bližšie bodu A . Určte, akú časť obsahu trojuholníka ABC zaberá trojuholník KLM .

(Lucie Růžičková)

3. V našom meste sú tri kiná, ktorým sa hovorí podľa svetových strán. O ich otváracích hodinách je známe, že:

- každý deň je otvorené aspoň jedno kino,
- ak je otvorené južné kino, tak nie je otvorené severné kino,
- nikdy nie je otvorené súčasne severné a východné kino,
- ak je otvorené východné kino, tak je otvorené aj južné alebo severné kino.

Vydali sme sa do južného kina a zistili sme, že je zatvorené. Ktoré zo zvyšných kín je určite otvorené?

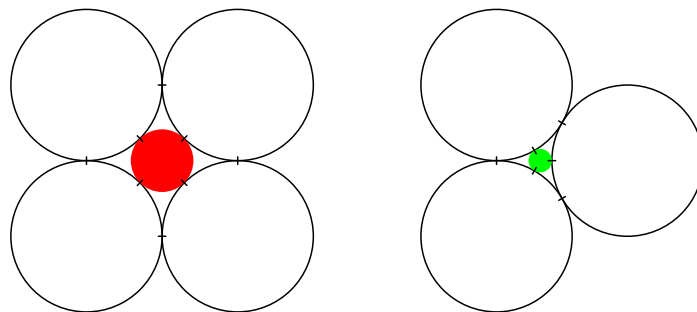
(Monika Dillingerová)

4. Hotelier chcel vybaviť jedáleň novými stoličkami. V katalógu si vybral typ stoličky. Až pri zadávaní objednávky sa od výrobcu dozvedel, že v rámci zľavovej akcie ponúkajú každú štvrtú stoličku za polovičnú cenu a že teda oproti plánu môže ušetriť za sedem a pol stoličky. Hotelier si spočítal, že za pôvodne plánovanú čiastku môže zaobstarať o deväť stoličiek viac, ako zamýšľal. Koľko stoličiek chcel hotelier pôvodne kúpiť?

(Libor Šimůnek)

5. Adam a Eva vytvárali dekorácie z navzájom zhodných bielych kruhov. Adam použil štyri kruhy, ktoré položil tak, že sa každý dotýkal dvoch iných kruhov. Medzi ne potom vložil iný kruh, ktorý sa dotýkal všetkých štyroch bielych kruhov, a ten vyfarbil červenou. Eva použila tri kruhy, ktoré položila tak, že sa dotýkali navzájom. Medzi ne potom vložila iný kruh, ktorý sa dotýkal všetkých troch bielych kruhov, a ten vyfarbila zelenou. Eva si všimla, že jej zelený kruh a Adamov červený kruh sú rôzne veľké, a začali spolu zisťovať, ako sa líšia. Vyjadrite polomery červeného a zeleného kruhu všeobecne pomocou polomeru bielych kruhov.

(Marie Krejčová)



Obr. 1

6. Prirodzené číslo N nazveme *bombastické*, ak neobsahuje vo svojom zápise žiadnu nulu a ak žiadne menšie prirodzené číslo nemá rovnaký súčin cifier ako číslo N . Karol sa najskôr zaujímal o bombastické prvočísla a tvrdil, že ich nie je veľa. Vypíšte všetky dvojciferné bombastické prvočísla. Potom Karol zvolil jedno bombastické číslo a prezradil nám, že obsahuje cifru 3 a že iba jedna z jeho ďalších cifier je párna. O ktorú párnou cifru sa mohlo jednať?

(Michal Rolínek)