

2018/2019
68. ročník MO

Zadania úloh krajského kola kategórie A

(Súťaž sa konala v utorok 15. januára 2019.)

1. Dané je prirodzené číslo n . Tom a Jerry hrajú proti sebe hru na pláne pozostávajúcom z radu 2018 políčok. Na začiatku Jerry položí figúrku na nejaké políčko. V každom kroku potom Tom povie celé číslo z intervalu $\langle 1, n \rangle$ a Jerry posunie figúrku o vyslovený počet políčok podľa svojej voľby buď doľava, alebo doprava. Tom vyhráva, akonáhle Jerry nemá kam spraviť ťah. Nájdite najmenšie n , pre ktoré Tom vždy dokáže voliť čísla tak, aby po konečnom počte krokov vyhral. (Josef Tkadlec)
2. Nájdite všetky celé čísla m a n , pre ktoré platí $n^{n-1} = 4m^2 + 2m + 3$. (Tomáš Jurík)
3. Daný je pravouhlý trojuholník ABC . Na jeho prepone BC ležia body D, E také, že $|CD| = |CA|$, $|BE| = |BA|$. Nech F je taký vnútorný bod trojuholníka ABC , že DEF je pravouhlý rovnostranný trojuholník s preponou DE . Aká je veľkosť uhla BFC ? (Patrik Bak)
4. Nájdite maximálnu hodnotu výrazu $a^2 + b^2 + c^2$ pre reálne čísla a, b, c také, že všetky tri čísla $a + b, b + c, c + a$ sú z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$. (Ján Mazák)